

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JEAN MALENGÉ

PREMIÈRE THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE
DE LA DIFFUSION PAR TURBULENCE

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LE CALCUL ÉLECTRONIQUE HYBRIDE

Soutenues le 9 février 1965 devant la Commission d'examen

MM. J. BARRIOL *Président*

N. MANSON }
J. GOSSE } *Examineurs*



THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JEAN MALENGÉ

PREMIÈRE THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE
DE LA DIFFUSION PAR TURBULENCE

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LE CALCUL ÉLECTRONIQUE HYBRIDE

Soutenues le 9 février 1965 devant la Commission d'examen

MM. J. BARRIOL *Président*

N. MANSON }
J. GOSSE } *Examineurs*



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551920_0024

UNIVERSITÉ DE NANCY - FACULTÉ DES SCIENCES

DOYEN : M. AUBRY

ASSESEUR : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT ; DELSARTE ; URION ; ROUBAULT.

Professeurs honoraires : MM. CROZÉ ; RAYBAUD ; LAFFITTE ; LERAY ; JOLY ; LAPORTE ; EICHHORN ; CAPELLE ; GODEMENT ; DUBREIL ; L. SCHWARTZ ; DIEUDONNE ; DE MALLEMANN ; LONGCHAMBON ; LETORT ; DODE ; GAUTHIER ; GOUDET ; OLMER ; CORNUBERT ; CHAPELLE ; GUERIN ; CHEVALLIER ; WAHL.

Maîtres de conférences honoraires : LIENHART ; PIERRET.

PROFESSEURS

MM.		GAYET	Physiologie
URION	Chimie biologique	MANGENOT	Phytopathologie
DELSARTE	Analyse supérieure	MALAPRADE	Chimie
ROUBAULT	Géologie	HADNI	Physique
VEILLET	Biologie animale	BONVALET	Mécanique physique
BARRIOL	Chimie théorique	KERN	Minéralogie
BIZETTE	Physique	BASTICK	Chimie
GUILLIEN	Electronique	DUCHAUFOUR	Pédologie
GIBERT	Chimie physique	NEEL	Chimie ind. organique
LEGRAS	Mécanique rationnelle	GARNIER	Agronomie
BOLFA	Minéralogie	WEPPE	Minéralogie appliquée
NICLAUSE	Chimie	BERNARD	Géologie appliquée
FAIVRE	Physique appliquée	CHAMPIER	Physique
AUBRY	Chimie minérale	REGNIER	Physico-chimie
DUVAL	Chimie	GAY	Chimie biologique
COPPENS	Radiogéologie	WERNER	Botanique
FRUHLING	Physique	CONDE	Zoologie
SUHNER	Physique expérimentale	STEPHAN	Zoologie
HILLY	Géologie	EYMARD	Cal. Dif. et Int.
LE GOFF	Génie chimique	LEVISALLES	Chimie organique
CHAPON	Chimie biologique	N.	Botanique
HEROLD	Chimie industrielle	N.	Mécanique physique
SCHWARTZ	Exploitation minière	N.	M. M. P.

MAITRES DE CONFÉRENCES ET PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.		MARI	Chimie I. S. I. N.
GOSSE	Mécanique physique	LAFON	Physique I. S. I. N.
ROCCI	Géologie	FELDEN	Phys. Théor. et Nucl.
VUILLAUME	Psychophysiologie	FLECHON	M. P. C.
M ^{me} BASTICK	Chimie M.P.C. Epinal	VIGNES	Physique (Mines)
GUDEFIN	Physique	M ^{lle} HUET	Math. (S. P. C. N.)
HORN	Physique	DEVIOT	Physique du solide
FRENTZ	Biologie animale	BLAZY	Minéralogie appl. (Géol.)
M ^{me} HERVÉ	Math. (Propédeutique)	BALESDENT	Thermo. chim. appliquée
AUROUZE	Géologie	JANOT	Phys. M. P. C. Epinal

SECRÉTAIRE PRINCIPAL : M. CARON

à mon maître

à ma famille

AVANT-PROPOS

Une des parties les plus importantes de la mécanique des fluides est l'étude de la turbulence, phénomène dont les applications ne peuvent être que très nombreuses puisque la plupart des écoulements rencontrés dans la pratique sont turbulents. Ces écoulements étant le siège de transfert de chaleur, de matière ou de quantité de mouvement, le problème de la diffusion turbulente de ces entités est donc fondamental comme l'a pressenti REYNOLDS il y a près d'un siècle.

M. le Professeur GOSSE nous a confié la tâche de la détermination du coefficient de diffusion de matière sur l'axe d'un cylindre dans lequel s'écoule un liquide en mouvement établi ; nous avons eu à nous préoccuper de l'influence de la position de la source de matière et enfin nous avons étudié l'analogie de REYNOLDS dans ce cas, en rapprochant nos résultats avec, en particulier, ceux de J. GOSSE sur la viscosité cinématique turbulente.

Les expériences antérieures sur la diffusion se différencient des nôtres en ce que celles-ci portent sur la diffusion d'un liquide dans un autre, ce qui n'a pas encore été fait, à notre connaissance, principalement lorsque le liquide diffusant est injecté à la paroi de la conduite. Notre étude sur l'analogie de REYNOLDS nous a amené à formuler une hypothèse susceptible d'expliquer des résultats d'apparence contradictoire.

Ce travail a été effectué sous l'égide du Centre National de la Recherche Scientifique. Nous prions respectueusement notre Maître, M. le Professeur GOSSE, de bien vouloir trouver ici l'expression de notre plus vive reconnaissance pour la bienveillance et l'attention constante avec lesquelles il a dirigé nos recherches.

Nous remercions notre Parrain de thèse, M. le Doyen MANSON qui, après avoir suivi le déroulement de nos travaux, a bien voulu faire partie de notre jury, malgré les nombreuses charges de sa fonction. Nous exprimons notre profonde gratitude à M. le Professeur BASTICK, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques, pour nous avoir accueilli dans les laboratoires de l'Ecole et à M. le Doyen AUBRY pour avoir mis à notre libre disposition ses appareils de mesure. Nous tenons enfin à remercier tout particulièrement M. le Professeur BARRIOL qui a bien voulu accepter de présider notre jury de thèse.

LE PROBLÈME DE LA DIFFUSION TURBULENTE

La notion de turbulence est sensible chez quiconque observe un fluide en mouvement rapide. Il est néanmoins difficile d'en donner une définition rigoureuse. En 1937, TAYLOR et VON KARMAN (55) ont proposé la définition suivante :

« La turbulence est le mouvement irrégulier qui, en général, apparait dans les fluides, liquides ou gazeux, lorsque ceux-ci rencontrent des surfaces solides ou même lorsque deux filets voisins du même fluide s'écoulent à des vitesses différentes. »

Cette définition qui fait appel à la notion d'irrégularité du phénomène, semble volontairement trop peu détaillée. Il faut ajouter l'idée que le mouvement turbulent, bien qu'irrégulier, peut être décrit par les lois de la probabilité. On peut donner des valeurs moyennes de quantités diverses telles que vitesse, pression, température, et HINZE (18) propose la définition suivante :

« Le mouvement turbulent d'un fluide est une condition d'écoulement irrégulier dans lequel les diverses entités ont une variation au hasard par rapport aux coordonnées d'espace et de temps, de telle sorte que l'on puisse discerner des valeurs moyennes statistiquement définies. »

Soit par exemple u_i la composante dans la direction Ox de la vitesse instantanée d'un fluide en écoulement permanent ; on pourra définir une composante de la vitesse u moyenne par rapport au temps :

$$(1.1) \quad u = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_i \cdot dt \right) \quad \text{ou} \quad u = \overline{u_i}$$

La composante instantanée u_i sera la somme de la moyenne u et d'un autre terme que l'on appelle la composante fluctuante u' :

$$(1.2) \quad u_i = u + u'$$

L'intensité de la turbulence peut être définie, selon DRYDEN et KUETHE (11) par la quantité :

$$\sqrt{\overline{u'^2}}$$

Parmi les différents types d'écoulements turbulents, il en est dont la description mathématique se simplifie. C'est le cas notamment de l'écoulement isotrope tel que le caractère statistique soit inchangé dans une rotation quelconque du système d'axes, ce qui entraîne :

$$(1.3) \quad \overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$$

les intensités sont égales dans toutes les directions, et :

$$(1.4) \quad \overline{u' \cdot v'} = \overline{u' \cdot w'} = \overline{v' \cdot w'} = 0$$

il n'y a aucune corrélation entre les différentes composantes de la vitesse fluctuante.

Une autre propriété indépendante que peut avoir un écoulement turbulent est d'être homogène : on dit qu'un écoulement est homogène dans une direction donnée (ou dans un plan donné) si la turbulence y a même structure en chaque point. Lorsque la condition d'homogénéité est satisfaite dans un domaine donné, on dit que la turbulence y est uniforme. Cela ne conduit pas à d'aussi importantes simplifications que l'hypothèse d'isotropie.

Il y a deux possibilités de description de la turbulence : l'une proposant des lois relatives à un « écoulement moyen » ne faisant intervenir que les valeurs moyennes des variables, et l'autre, la théorie statistique, reliant les grandeurs moyennes, les fluctuations évaluées par les coefficients de corrélation et les intensités de turbulence.

Ainsi par exemple, BOUSSINESQ (5) ayant constaté que les tensions dans le fluide sont plus importantes en écoulement turbulent qu'en laminaire, postula que l'on pouvait généraliser la loi de NEWTON. Selon celle-ci la contrainte tangentielle de frottement visqueux τ_1 des filets les uns sur les autres est, pour un écoulement laminaire, proportionnelle au gradient de la vitesse d'écoulement des filets normalement à cet écoulement ; cette loi s'écrit :

$$(1.5) \quad \tau_1 = -\nu \cdot \frac{du}{dy}$$

ν étant la viscosité cinématique moléculaire. BOUSSINESQ postula que dans le cas du mouvement turbulent on pouvait définir un coefficient de viscosité ν' analogue à ν par la relation :

$$(1.6) \quad \tau = -\nu' \cdot \frac{du}{dy}$$

Cette hypothèse permet de supposer l'additivité de deux mécanismes d'échelles différentes qui sont les agitations moléculaire et par turbulence :

$$(1.7) \quad \tau = \tau_1 + \tau_t$$

avec :

$$(1.8) \quad \tau_t = -\nu_t \cdot \frac{du}{dy}$$

le coefficient ν_t sera dit de viscosité turbulente.

L'étude statistique du mouvement relie, elle, τ_t à la valeur moyenne locale $\overline{u' \cdot v'}$, ce qui permet d'écrire :

$$(1.9) \quad \nu_t \cdot \frac{du}{dy} = -\overline{u' \cdot v'}$$

Nous ne donnerons pas de détail sur les diverses théories de la turbulence développées par DEISSLER (8,9), KOLMOGOROFF (22), PRANDTL (30,31), REICHARDT (32,33), REYNOLDS (34), TAYLOR (44, 45, 46, 47, 48, 49), TOWSEND (50, 51), VON KARMAN (54, 55, 56, 57, 58), lesquelles sont en particulier, décrites par HINZE (18).

L'étude du problème de la diffusion de la chaleur, de la matière (ou de la quantité de mouvement) au sein d'un écoulement turbulent est une voie d'approche expérimentale féconde pour la connaissance du mécanisme de la turbulence. Là encore, l'interprétation théorique peut se faire de deux manières différentes selon que l'on utilise la théorie statistique ou non.

Le premier essai est celui de REYNOLDS (34) qui remarqua l'analogie formelle entre les lois de FICK, de FOURIER et de NEWTON généralisées au cas de l'écoulement turbulent. En effet, de :

$$(1.10) \quad \tau = -(\nu + \nu_t) \cdot \frac{du}{dy}$$

il faut rapprocher la loi de FICK :

$$(1.11) \quad \Phi_M = -(D + D_t) \cdot \frac{dC}{dy}$$

qui exprime qu'au sein d'un mélange de composition non homogène, l'intensité Φ_M du flux dans la direction y d'un constituant est proportionnelle à son gradient de concentration dans la direction du flux. D et D_t sont les coefficients de diffusion de matière moléculaire et turbulent ; et la loi de FOURIER :

$$(1.12) \quad \Phi_T = -(a + a_t) \cdot \frac{dT}{dy}$$

selon laquelle dans un milieu à température non uniforme, l'intensité Φ_T de flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température dans la direction du flux ; a et a_t sont les conductivités thermiques moléculaire et turbulente.

REYNOLDS prit comme hypothèse de départ que la turbulence avait même effet sur les trois types de diffusion :

$$(1.13) \quad D_t = a_t = \nu_t$$

Cette hypothèse fondamentale de l'analogie de REYNOLDS est très utilisée dans les calculs du fait de sa simplicité. On a depuis longtemps essayé d'en vérifier la validité, ce qui a conduit de nombreux expérimentateurs à déterminer les profils de vitesse, de température et de concentration dans différents types d'écoulement et à en déduire les valeurs de ν_t , a_t , D_t .

Dans le cas de l'écoulement dans un tuyau cylindrique ou dans un canal rectangulaire, avec transfert de matière ou de chaleur à la paroi ou au centre, l'ensemble des résultats obtenus semble malheureusement peu cohérent. Pour préciser certains points, notre étude expérimentale a porté sur la diffusion d'une solution de permanganate de potassium dans un écoulement turbulent d'eau dans une conduite cylindrique, l'injection se faisant successivement au centre et à la paroi. Nos expériences permettent de ne mesurer que les valeurs moyennes des concentrations, et par suite, nous n'avons pas employé la théorie statistique pour exploiter nos résultats.

DIFFUSION DANS UNE ZONE DE TURBULENCE UNIFORME ET ISOTROPE

Dans la zone centrale de l'écoulement établi dans une conduite circulaire, on peut considérer avec une bonne approximation que la turbulence est uniforme et isotrope ; ceci a été vérifié expérimentalement par LAUFER (23) grâce à des mesures d'intensités de turbulence. Si on injecte donc de la matière au centre d'une conduite et si on mesure le profil de concentration dans une section située en aval, on peut calculer le coefficient de diffusion par turbulence D_t en faisant les hypothèses d'uniformité et d'isotropie. Soit un fluide s'écoulant à une vitesse moyenne u dans la direction Ox et N le nombre de molécules par unité de volume d'un corps dont la concentration présente un gradient dans la direction Oy ; on a :

$$(1.14) \quad \frac{\delta}{\delta y} \left(2\pi y D_t \cdot \frac{\delta N}{\delta y} \right) = 2\pi y u \cdot \frac{\delta N}{\delta x}$$

puisque D_t ne dépend pas de y (milieu uniforme), on a :

$$(1.15) \quad u \cdot \frac{\delta N}{\delta x} = D_t \left(\frac{\delta^2 N}{\delta y^2} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\delta N}{\delta y} \right)$$

on peut remplacer dans cette équation N par toute quantité α qui serait proportionnelle à la concentration et écrire :

$$(1.16) \quad u \cdot \frac{\delta \alpha}{\delta x} = D_t \left(\frac{\delta^2 \alpha}{\delta y^2} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\delta \alpha}{\delta y} \right)$$

en considérant que $t = x/u$, on retrouve bien la forme classique de l'équation de la diffusion :

$$(1.17) \quad \frac{\delta \alpha}{\delta t} = D_t \left(\frac{\delta^2 \alpha}{\delta y^2} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\delta \alpha}{\delta y} \right)$$

Cette équation classique aux dérivées partielles se résoud en posant $z = y^2/x$ et en séparant les variables ; on obtient :

$$(1.18) \quad \alpha = (\alpha_i/x) \cdot \exp \left(-\frac{uy^2}{4D_t x} \right)$$

Si l'on pose $\alpha = \alpha_o$ pour $y = 0$, on a $\alpha_o = \alpha_i/x$ et :

$$(1.19) \quad \left| \text{Log} \frac{\alpha}{\alpha_o} \right| = \frac{uy^2}{4D_t x}$$

Cette équation permet de calculer D_t à partir d'un profil de concentration $\alpha = f(y)$ mesuré à une distance x d'une source ponctuelle placée au centre d'un écoulement turbulent. C'est cette expression que nous utiliserons pour le dépouillement de nos expériences (cf. chap. III, 1.3.2) pour déterminer D_t sur l'axe du tube.

DIFFUSION DANS UN TUYAU — TURBULENCE ETABLIE

Si l'on considère maintenant le cas de l'écoulement turbulent dans toute la section d'un tube cylindrique, on ne peut plus dire que cet écoulement soit uniforme et isotrope, donc si l'on injecte de la matière à travers la paroi et si l'on mesure le coefficient de diffusion dans un endroit quelconque, on ne peut plus utiliser la solution (1.18). L'équation (1.14) reste valable et peut se mettre ici sous la forme intégrale :

$$(1.20) \quad 2\pi y D_t \cdot \frac{\delta N}{\delta y} = \int_0^y 2\pi y u \cdot \frac{\delta N}{\delta x} \cdot dy$$

soit encore :

$$(1.21) \quad D_t = \frac{1}{y \cdot (\delta N / \delta y)} \cdot \int_0^y u y \cdot \frac{\delta N}{\delta x} \cdot dy$$

le régime de diffusion étant supposé établi, (flux constant à la paroi), le profil de concentration est tel que :

$$(1.22) \quad \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\delta N}{\delta y} \right) = 0$$

ce qui entraîne :

$$(1.23) \quad \frac{\delta}{\delta y} \left(\frac{\delta N}{\delta x} \right) = 0$$

et permet d'écrire :

$$(1.24) \quad D_t = \frac{\delta N / \delta x}{y \cdot \delta N / \delta y} \cdot \int_0^y u y \cdot dy$$

C'est cette dernière équation qui sera utilisée pour dépouiller les résultats de nos expériences avec injection à travers la paroi.

Il est à remarquer que dans ces calculs nous avons négligé le terme de diffusion moléculaire D devant D_t , ce qui se justifie expérimentalement puisque l'on trouve des rapports D_t/D de l'ordre de 10^5 .

Au centre d'une conduite cylindrique, l'application de cette formule soulève une difficulté puisque lorsque y tend vers 0, l'équation (1.24) prend une forme indéterminée. On essaye de lever l'indétermination de cette forme du type 0/0 en appliquant la règle de L'HOSPITAL.

$$(1.25) \quad \lim_{y \rightarrow 0} D_t = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{uy \cdot (\partial N / \partial x)}{\partial N / \partial y + y (\partial^2 N / \partial y^2)}$$

A ce rapport également indéterminé de la forme 0/0, on applique une seconde fois la règle de L'HOSPITAL :

$$(1.26) \quad \lim_{y \rightarrow 0} D_t = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{u (\partial N / \partial x) + y (\partial u / \partial y) (\partial N / \partial x) + uy (\partial^2 N / \partial x \partial y)}{\partial^2 N / \partial y^2 + \partial^2 N / \partial y^2 + y (\partial^3 N / \partial y^3)}$$

la relation (1.23) permet d'écrire :

$$(1.27) \quad \lim_{y \rightarrow 0} D_t \equiv D_{t_0} = \frac{u_0 (\partial N / \partial x)}{2 (\partial^2 N / \partial y^2)_0}$$

Dans le cas d'un transfert de chaleur à la paroi, on aurait de même :

$$(1.28) \quad a_t = \frac{\partial T / \partial x}{y (\partial T / \partial y)} \int_0^y u \cdot y \cdot dy$$

$$(1.29) \quad \lim_{y \rightarrow 0} a_t \equiv a_{t_0} = \frac{u_0 (\partial T / \partial x)}{2 (\partial^2 T / \partial y^2)_0}$$

On peut relier facilement le gradient axial de température au flux de chaleur unitaire à la paroi q' : la relation (1.23) devient $\frac{\partial T}{\partial x} = \text{Cste}$ indépendante de y . De toute évidence entre x et $x+dx$, pour toute section droite, le fluide reçoit une quantité de chaleur égale à $q' \cdot 2\pi r \cdot dx$ (r rayon du tube) et l'élévation de température est : $\rho \cdot C_p \cdot u \cdot \pi r^2 \cdot dT$; d'où :

$$(1.30) \quad \partial T / \partial x = \frac{2q'}{\rho \cdot C_p \cdot u \cdot r}$$

Ces résultats nous seront utiles pour la comparaison de nos expériences et de celles faites par d'autres chercheurs dans le cas de la diffusion de chaleur.

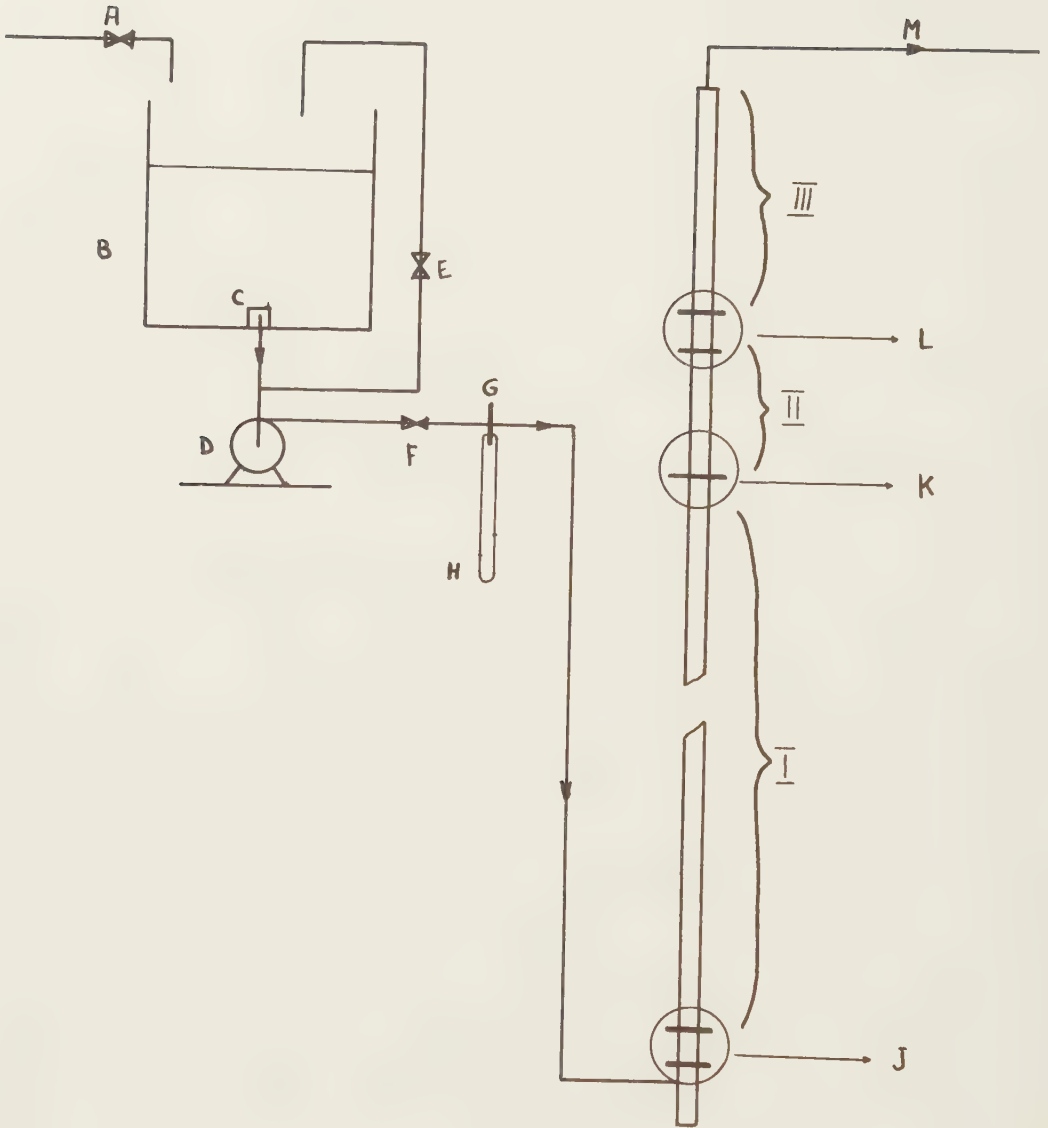


Fig. II.1 — Schéma général de l'appareil. Injection sur l'axe.

- | | |
|---------------------------------|--|
| A : Alimentation en eau ; | H : Manomètre ; |
| B : Bac réservoir ; | J : Réseau anti-tourbillons ; |
| C : Crépine ; | K : Alimentation en MnO_4K ; |
| D : Groupe moto-pompe ; | L : Dispositif de prélèvement ; |
| E : Vanne de retour ; | M : Evacuation. |
| F : Vanne de réglage du débit ; | I, II, III : Voir texte II.1.1. |
| G : Diaphragme ; | |

L'APPAREIL

Pour déterminer avec précision un profil de concentration dans un tube, on est amené à lui donner un certain diamètre ; si l'on veut d'autre part atteindre des nombres de Reynolds élevés (de l'ordre de 100 000), l'appareil prend rapidement des dimensions importantes, du fait de la condition de régime établi. L'Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques dispose d'un hall ayant une hauteur libre maximum de 15 mètres et il nous a été facile de construire une canalisation verticale, ce qui a pour avantage de conserver la symétrie axiale dans le champ de pesanteur terrestre.

Nos deux séries d'expériences, injection de matière au centre et injection à la paroi du tube ont été faites sur le même appareil, avec des modifications mineures. Dans une première partie, nous décrirons en détail le cas de l'injection au centre, et dans la seconde partie, les modifications apportées dans le cas de l'injection à la paroi.

1 INJECTION DE MATIERE AU CENTRE

1.1 La colonne

Les expériences ont été faites dans une colonne en verre Pyrex de 10,2 cm de diamètre intérieur. Cette colonne a une longueur totale de 11 mètres et l'eau y circule de bas en haut ; elle peut se diviser schématiquement en trois parties (fig. II.1) :

I. — Un tronçon dont la longueur est de 7 mètres (soit environ 70 diamètres) destiné à la régularisation de l'écoulement et à l'établissement du profil de vitesse pour obtenir un champ de turbulence bien connu. A l'entrée de la colonne se trouve un élément de 50 cm de longueur dans lequel sont placées des plaques de tôle formant un réseau en nid d'abeille (fig. II.2) qui sont destinées à empêcher la propagation d'un éventuel mouvement rotationnel dû à l'action de la pompe et des coudes des canalisations

d'arrivée. L'étude théorique ayant été faite en supposant que le profil de vitesse est établi et que la turbulence est homogène dans la zone centrale, il fallait que ces conditions soient réalisées expérimentalement.

II. — La section de mesure comporte le dispositif d'injection et le dispositif de prélèvement qui seront décrits en détail plus loin.

III. — Une troisième section, de un à deux mètres de long est destinée à tranquiliser le flux avant l'étranglement du haut de la colonne, de sorte que les perturbations dues à ce changement brusque de section ne se répercutent pas dans la zone de mesure.

1.2

L'alimentation en eau

Une pompe centrifuge (Rateau type H 14 B, puissance 12,5 CV) est alimentée par un bac en charge de 1 m³. Le débit de cette pompe permet d'atteindre un nombre de Reynolds d'environ 120.000. Ce débit est réglé à l'aide de deux vannes : l'une sur la tuyauterie de retour au bac et l'autre sur la conduite d'alimentation de la colonne ; il est mesuré à l'aide d'un diaphragme réalisé et disposé conformément à la norme AFNOR. Les mesures fournies par ce diaphragme ont été vérifiées par pesée de la quantité d'eau débitée pendant un temps connu.

Le bac réservoir est alimenté en continu avec l'eau de la ville, car le mode opératoire employé (cf. chap. III) ne nous permet pas de faire circuler l'eau en circuit fermé : après son passage dans la colonne, l'eau chargée en permanganate est évacuée.

1.3

Le dispositif d'injection

1.3.1

Description (fig. II.3)

L'injection de la solution de permanganate se fait par l'intermédiaire de quatre tubes disposés en croix dans un plan perpendiculaire au sens d'écoulement de l'eau ; les ouvertures de ces tubes sont dirigées vers le centre de la conduite et délimitent un carré d'environ 1,5 mm de côté. Ces injecteurs en acier inoxydable sont maintenus dans une plaque de Lucoflex d'un centimètre d'épaisseur formant joint entre deux éléments de colonne et alésée à la cote intérieure du tube Pyrex. Pour minimiser la perturbation au centre de l'écoulement tout en conservant une bonne rigidité mécanique, chaque injecteur est formé d'un tube de 4 cm de long (diamètre intérieur 24/100 mm, diamètre extérieur 96/100 mm) soudé à l'extrémité d'un tube de 96/100 mm de diamètre intérieur et de 130/100 mm de diamètre extérieur, lui-même relié à un réservoir extérieur contenant la solution à injecter. Les réservoirs d'alimentation sont maintenus sous une pression constante réglée de façon à contrebalancer la pression du fluide principal (fig. II.4).

Les tubes d'injection étant maintenus dans le Lucoflex de manière semi-fixe, il est possible de modifier leur enfoncement de façon à régler leur position pour que les quatre jets se confondent en un seul, réalisant ainsi la condition de l'injecteur-point.

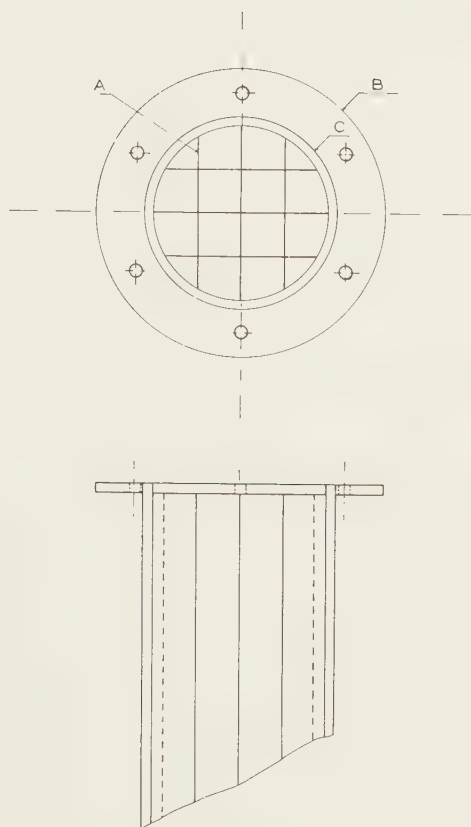


Fig. II.2

Dispositif anti-tourbillons.

A : Plaques de tôle en réseau ;
B : Bride ;
C : Colonne principale.

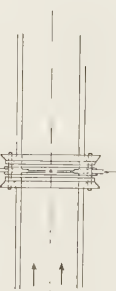
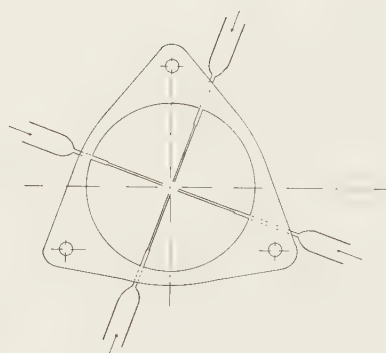


Fig. II.3

Dispositif d'alimentation.

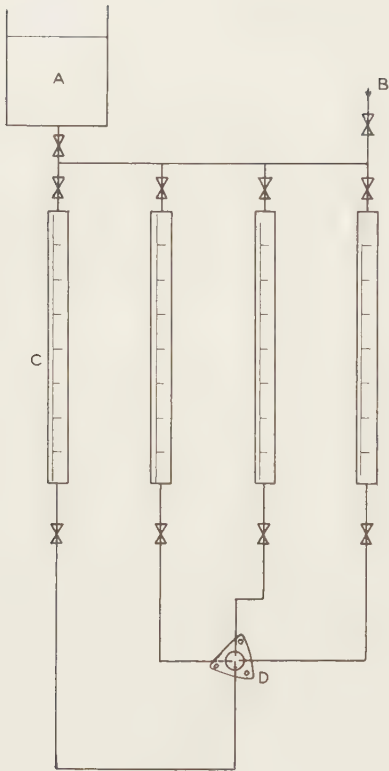


Fig. II.4

Alimentation des injecteurs.

- A : Réservoir principal ;
- B : Air comprimé ;
- C : Réservoirs sous pression ;
- D : Injecteurs.

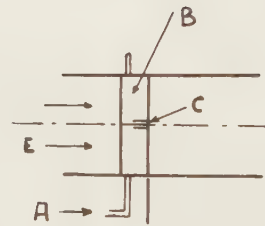


Fig. II.5

Dispositif d'alimentation utilisé par
TOWLE et SHERWOOD.

- A : Tube d'injection du gaz ;
- B : Support aérodynamique ;
- C : Sortie du gaz ;
- D : Sens d'écoulement du fluide principal.

1.3.2 Critique comparative de notre dispositif et de ceux employés précédemment par d'autres expérimentateurs

Pour injecter de la matière au centre d'une conduite, deux dispositifs ont été employés précédemment :

— L'un par TOWLE et SHERWOOD (52) : un tube cylindrique (fig. II.5) est soudé en travers de la conduite suivant un diamètre ; la matière est introduite de l'extérieur par une des extrémités, l'autre étant obturée. Au centre de la conduite, un embranchement en T dont la branche est dirigée vers l'aval permet la sortie de la matière injectée dans le sens de l'écoulement principal. Ces auteurs ont ensuite amélioré leur dispositif initial en profilant aérodynamiquement leur tube.

— L'autre par FLINT, KADA et HANRATTY (12) en particulier : un tube cylindrique est maintenu dans l'axe de la conduite principale par des supports radiaux ; il peut coulisser le long de cet axe afin de faire varier la distance entre les plans d'injection et de prélèvement.

Ces deux méthodes présentent à notre avis des inconvénients : dans le premier cas, le fluide principal est obligé de contourner un obstacle relativement important avant d'atteindre le point d'injection (le rapport du diamètre intérieur de la conduite principale au diamètre extérieur du tube d'injection est de 20, on voit que le nombre de Reynolds relatif à ce dernier n'est pas négligeable) ; dans le second cas, la présence d'un tube au centre de la conduite principale tout au long de la section d'entrée empêche l'établissement d'un profil des vitesses régulier dans la partie centrale. Donc, dans les deux cas, au voisinage immédiat du point d'injection les gradients de vitesse risquent d'être très élevés et on doit se trouver assez loin des conditions d'obtention d'un champ de turbulence homogène. De plus, ces dispositifs imposent une limite inférieure au débit d'injection si l'on veut que le fluide injecté soit expulsé avec une vitesse voisine de celle du fluide principal.

Le dispositif que nous avons utilisé présente plusieurs avantages :

— Le champ de vitesse dans la conduite principale peut s'établir librement et le profil des vitesses reste établi jusque dans le plan d'injection.

— Dans le plan d'injection, il n'y a rigoureusement aucun obstacle au point origine de la diffusion (le centre), et les obstacles de la zone centrale (extrémités des injecteurs) ont un diamètre suffisamment faible pour que le nombre de Reynolds qui leur est relatif soit toujours petit.

— La quantité de matière introduite est aussi faible que l'on veut avec une limite imposée seulement par la méthode de détection du permanganate de potassium dans les prises d'essai ; quant à la quantité de mouvement introduite, elle est négligeable.

Des trois dispositifs étudiés, celui que nous avons utilisé semble être celui qui per-

turbe le moins l'écoulement au moment de l'injection et celui qui constitue la meilleure approximation physique de l'injecteur-point théorique.

1.4 Le dispositif de prélèvement (fig. II.6)

Il est analogue à celui décrit par TOWLE et SHERWOOD (52) et qui consiste à aligner sur un diamètre de la conduite plusieurs sondes de prélèvement dont les axes sont parallèles à celui du tube principal et dont les entrées sont dirigées vers l'amont. Dans notre appareil, nous avons utilisé douze sondes rassemblées dans la partie centrale, là où le profil des vitesses est pratiquement plat. Ces sondes sont réalisées en tube d'acier inoxydable de 96/100 de mm intérieur et de 130/100 de mm extérieur. Elles sont soudées parallèlement les unes aux autres sur un cylindre plein de 5 mm de diamètre extérieur qui leur sert de support mécanique et est situé à 3 cm en retrait de leur ouverture ; ce cylindre est soudé au tube principal de façon à ce que son axe soit situé sur un diamètre de ce tube.

A la sortie des sondes, les échantillons sont recueillis dans des erlens de 250 cm³ qui se remplissent en un temps compris entre 10 et 50 secondes, suivant la vitesse de l'écoulement principal. Ce temps est suffisant pour obtenir une valeur moyenne de la concentration au point de prélèvement. Un dispositif annexe à plan incliné pivotant permet de remplir simultanément les douze erlens après avoir attendu l'établissement du régime d'écoulement et de diffusion dans le tube principal.

2 INJECTION DE MATIERE A LA PAROI

2.1 La colonne

Elle ne subit que peu de modifications par rapport au cas de l'injection au centre : seul un élément en verre de 2 m situé au niveau des injecteurs est remplacé par deux éléments en acier de 1 m servant à l'injection.

2.2 L'Injection

Elle se fait à travers la paroi de deux tubes d'acier percés de multiples trous et entourés d'un autre tube formant une jaquette dans laquelle la solution à injecter est envoyée sous pression.

Chaque élément d'un mètre est réalisé de la manière suivante (fig. II.7) : un tube d'acier de 10,5 mm de diamètre intérieur est percé de trous de 1 mm de diamètre disposés de cette façon : une rangée de trous tous les 9,5 mm, chaque rangée comportant 30 trous répartis à égales distances sur la circonférence. Ces trous disposés en quinconce forment sur la surface intérieure un réseau triangulaire équilatéral. Le tube est fileté à ses extrémités sur une longueur de 20 mm, le serrage de deux brides sur ces filetages vient bloquer un tube d'acier de 15 cm de diamètre intérieur et de 97 cm de longueur formant la paroi extérieure de la jaquette. L'étanchéité est assurée par des joints placés entre les brides et le tube extérieur. La résistance à la corrosion est assurée par chromage du tube intérieur.

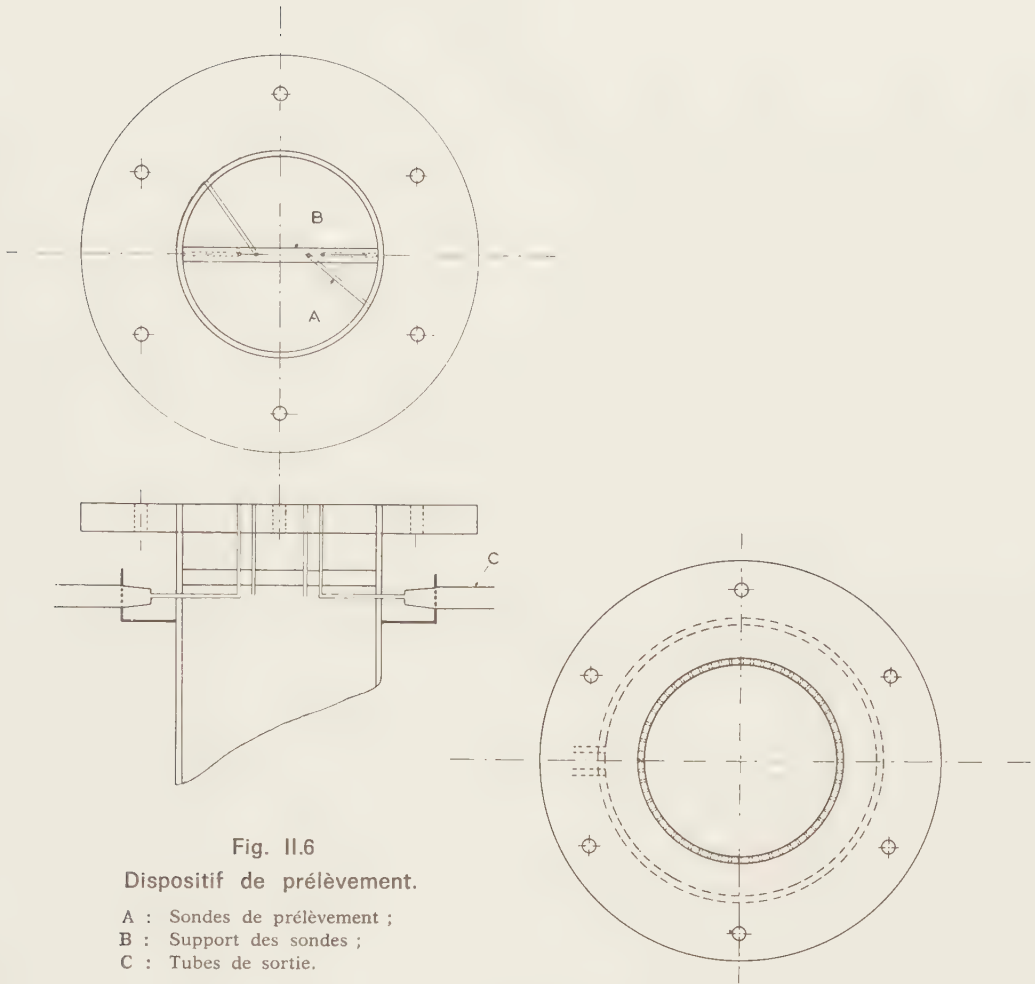


Fig. II.6

Dispositif de prélèvement.

- A : Sondes de prélèvement ;
B : Support des sondes ;
C : Tubes de sortie.

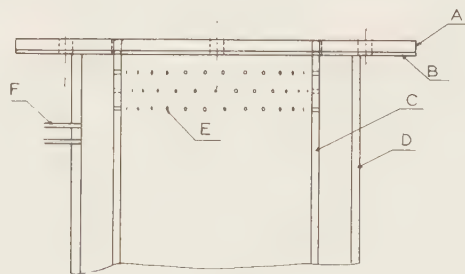


Fig. II.7

Elément d'injection à la paroi.

- A : Bride vissée sur C ;
B : Joint ;
C : Tube principal ;
D : Tube extérieur (jaquette) ;
E : Trous d'injection ;
F : Alimentation en MnO_4K .

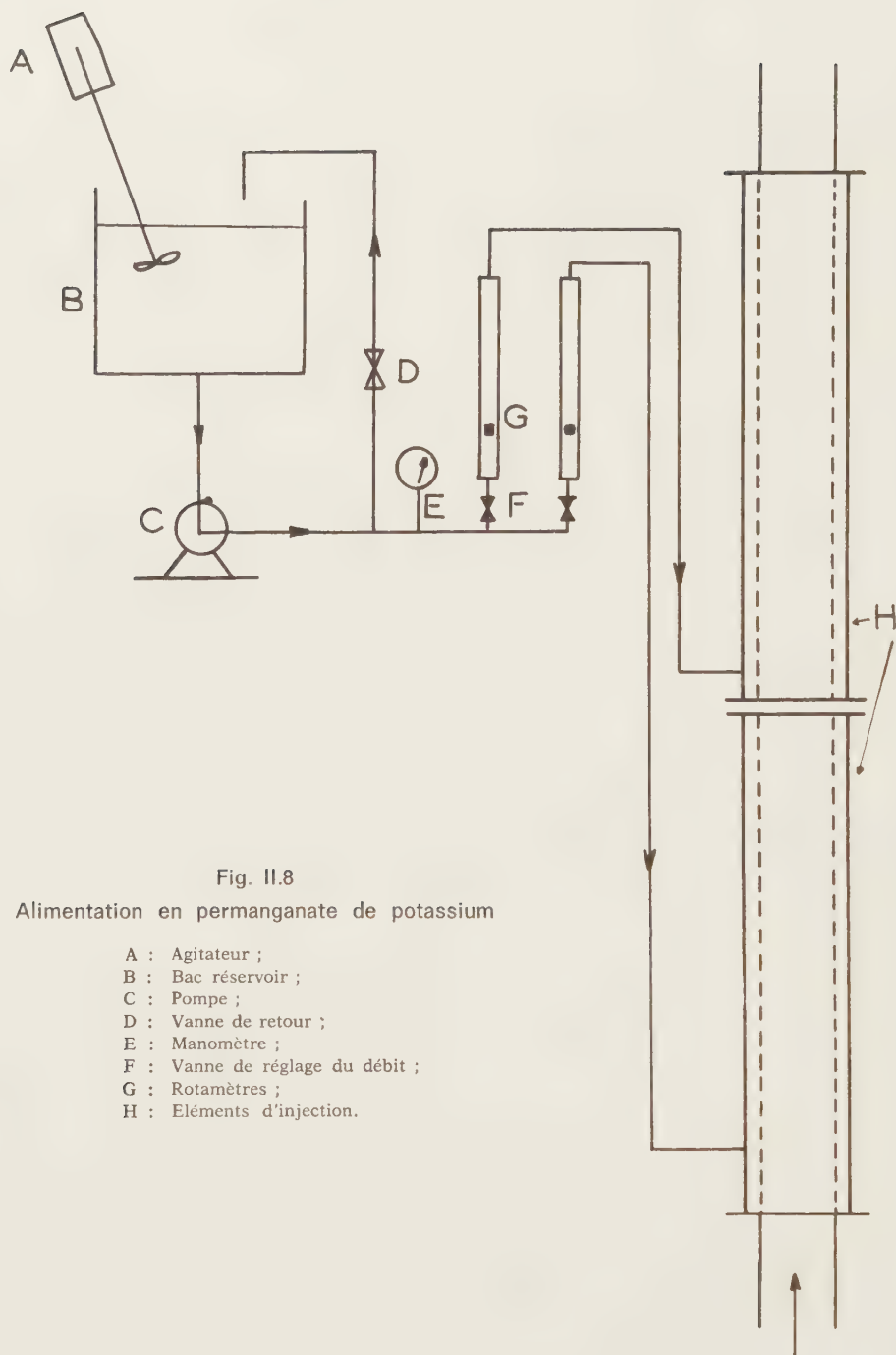


Fig. II.8

Alimentation en permanganate de potassium

- A : Agitateur ;
- B : Bac réservoir ;
- C : Pompe ;
- D : Vanne de retour ;
- E : Manomètre ;
- F : Vanne de réglage du débit ;
- G : Rotamètres ;
- H : Eléments d'injection.

2.3

L'alimentation (fig. II.8)

Le débit de permanganate étant dans cette étude de beaucoup supérieur à celui nécessaire lors des expériences d'injection au centre, nous avons été amené à modifier le dispositif d'alimentation de la façon suivante. Une pompe centrifuge (Rateau type F 10 A puissance 1 CV) est alimentée par un bac en charge de 250 litres contenant la solution de permanganate. Cette pompe envoie le permanganate dans les espaces annulaires d'injection, chaque élément de 1 m étant alimenté indépendamment par un circuit propre avec un débit contrôlé par un « rotamètre » et réglé par une vanne. Nous verrons plus loin l'utilité de cette double alimentation. La pression d'injection est contrôlée et une vanne montée sur la canalisation de retour au bac à la sortie de la pompe permet, en conjugaison avec les deux autres, de régler indépendamment et dans d'assez larges limites à la fois le débit et la pression d'injection de chaque section.

2.4

Le dispositif de prélèvement

Il est de même type que celui utilisé pour les expériences d'injection au centre, à la seule différence que les sondes sont cette fois au nombre de 15 et réparties tout au long du diamètre de la conduite afin de mesurer le profil des concentrations dans toute la section droite de la conduite. Le plan de prélèvement se trouve immédiatement en aval de la zone d'injection car la mesure de concentration doit se faire dans une section où la diffusion est établie pour qu'il soit permis de supposer que le gradient longitudinal de concentration est indépendant de la distance au centre (cf. chap. I).

LE TRAVAIL EXPERIMENTAL ET SES CONCLUSIONS DIRECTES

Pour la relation des expériences, nous adopterons un plan d'exposition analogue à celui du chapitre précédent, décrivant d'abord les expériences de diffusion à partir de l'axe puis celles à partir de la paroi. Le mode opératoire, le mode de dépouillement, les résultats obtenus et les conclusions directes que l'on peut tirer de ces expériences seront décrits successivement. Ces résultats seront ensuite comparés avec ceux obtenus antérieurement par d'autres chercheurs.

1 INJECTION SUR L'AXE DU TUBE

1.1 Rappel du but de ces expériences

Le but de cette série d'expériences est de mesurer la valeur du coefficient de diffusion de matière par turbulence dans la zone centrale d'un écoulement cylindrique et sa variation avec le nombre de Reynolds.

On a montré dans la partie théorique que si l'on injectait de la matière au centre d'un écoulement turbulent uniforme, le profil de concentration en aval évoluait selon la loi :

$$(3.1) \quad C/C_o = \exp (-uy^2/4D_{to}x)$$

Nous nous proposons de vérifier cette loi expérimentalement sur l'appareil décrit précédemment afin d'en tirer la valeur de D_{to} , coefficient de diffusion de matière en milieu turbulent sur l'axe Ox de l'écoulement, Oy étant une direction perpendiculaire sur laquelle est relevé le profil de concentration.

1.2 Mode opératoire

1.2.1 Obtention de la solution de MnO_4K

La concentration des prises d'essai en permanganate de potassium étant beaucoup plus faible que celle de la solution injectée (le rapport de ces concentrations est tou-

jours inférieur à 1 000), il est nécessaire que la solution de départ soit très concentrée. Pour obtenir la concentration maximale, sans risque de précipitation ultérieure, on dissout jusqu'à saturation du MnO_4K dans de l'eau froide puis on filtre sous pression à travers un lit de kieselguhr.

1.2.2 Réglage de l'injection : pression, position

Notre dispositif d'injection nous permet de régler plusieurs paramètres ; la concentration et le débit de la solution injectée ainsi que la pression d'injection n'ayant aucune influence théorique sur la détermination de D_{t_0} , nous nous sommes contenté de vérifier expérimentalement que leur variation ne modifiait pas la valeur de D_{t_0} ; par contre, la pression et le débit d'injection ont une influence très nette sur la forme du jet à la sortie des injecteurs et à chaque expérience on effectue un réglage manuel aussi précis que possible de la position des injecteurs afin que leurs jets se fondent en un seul situé sur l'axe du tube principal. Ce réglage n'est pas permanent et dépend du nombre de Reynolds, de la pression et du débit d'injection.

1.2.3 Mesure des paramètres de l'expérience

La position des sondes de prise d'essai est déterminée avant chaque série d'expériences par visée au cathétomètre et on vérifie ensuite qu'elle n'a pas varié au cours de l'expérience. En fait elle est restée la même durant toutes nos expériences, leur fixation mécanique étant suffisamment rigide.

Le tableau III.1 donne la valeur de ces positions :

NUMERO DE LA SONDE	DISTANCE DU CENTRE DE LA SONDE A L'AXE PRINCIPAL
1	1,62
2	1,34
3	0,94
4	0,51
5	0,15
6	0,08
7	0,28
8	0,50
9	0,93
10	1,32
11	1,77
12	2,18

Tableau III.1 — Position des sondes ; Injection sur l'axe.

Les autres paramètres à mesurer à chaque expérience sont le débit et la température de l'eau ; en effet, la variation de la viscosité de l'eau avec la température n'étant pas négligeable, ce dernier paramètre est très important.

1.2.4 La mesure des concentrations

La mesure de la concentration des prises d'essai en permanganate de potassium est effectuée sur un spectrophotomètre électronique Jobin et Yvon en utilisant la longueur d'onde de 5220 Angstrœm qui correspond à un pic d'absorption du permanganate (la lumière émise par une lampe à tungstène est reçue par une cellule à antimoine). Cet appareil permet de travailler avec une largeur de bande constante. Les solutions de permanganate étant de concentration inférieure à 10^{-2} g/l suivent la loi de Beer-Lambert ; la graduation logarithmique du galvanomètre relié à la cellule de mesure permet de lire une valeur de déviation α directement proportionnelle à la concentration en permanganate ; la connaissance de valeurs relatives est suffisante pour les calculs ultérieurs où n'interviennent que des rapports de concentration.

Ce spectrophotomètre a été mis à notre disposition par M. le Professeur AUBRY. Il se trouvait dans une petite salle du Laboratoire de Chimie Minérale dont l'atmosphère est chimiquement neutre ; la mesure de nos prises d'essai ne prenant pas plus d'une demi-heure, le permanganate n'a pas le temps de se décomposer entre le moment où il est recueilli et le moment où l'on mesure sa concentration. Nous avons d'ailleurs vérifié qu'une solution de permanganate laissée à l'air libre dans ce laboratoire pendant 6 heures n'est décomposée que de 10 à 15 % suivant la concentration initiale.

1.3 Dépouillement

1.3.1. Existence d'un axe expérimental

Après avoir déterminé au spectrophotomètre les concentrations des différentes prises d'essai, on reporte les valeurs de α sur un graphique en fonction de la distance y à l'axe du tube. Les sondes de prise d'essai étant disposées de part et d'autre de l'axe du tube principal, on peut porter sur ce même graphique les valeurs des concentrations pour les positions symétriques par rapport à cet axe ; on s'aperçoit alors que les 24 points ainsi obtenus ne se placent pas sur une même courbe. Par contre on peut faire passer une courbe par les points expérimentaux et leurs symétriques par rapport à un axe très voisin de l'axe réel du tube principal (fig. III.3) que nous avons appelé axe expérimental. Ce qui revient à dire que le profil des concentrations n'est pas symétrique par rapport à l'axe du tube mais par rapport à l'axe expérimental.

Cela provient probablement du fait que le point d'intersection des droites formées par les quatre injecteurs ne se trouve pas exactement sur l'axe réel du tube principal. La distance entre l'axe réel et l'axe expérimental reste d'ailleurs toujours faible et n'excède jamais un millimètre (soit 1 % du diamètre).

1.3.2

Calcul de D_{t_0}

La position de l'axe expérimental déterminée, on peut calculer les rapports α/α_0 ($=C/C_0$) et en tirer les valeurs de $|\text{Log } C/C_0|$. Soit ε la distance entre l'axe réel et l'axe expérimental ; on porte sur un graphique $|\text{Log } C/C_0|$ en fonction de $(y \pm \varepsilon)^2$, le signe variant selon que la sonde en question est d'un côté ou de l'autre de l'axe (fig. III.4) ; on détermine alors la pente de la droite passant par les points obtenus ; cette pente a comme expression théorique $u_0/4D_{t_0}x$.

La valeur de x (distance entre les plans d'injection et de prélèvement) étant connue, il suffit de déterminer u_0 pour connaître la valeur de D_{t_0} . On obtient facilement la vitesse moyenne de l'eau u_m à partir de la valeur du débit donnée par le diaphragme. De u_m , on tire u_0 en supposant que le profil des vitesses suit l'expression analytique proposée par J. Gosse dans une étude (15) sur les lois de l'écoulement turbulent dans les tuyaux :

$$(3.2) \quad u_0 = (kr^2/4 \rho v_{t_0}) \cdot \text{Log} \left[1 + \frac{v_{t_0}}{v} \left(1 - (y/r)^2 \right) \right]$$

(k représentant la perte de charge unitaire)

D'où la relation entre u_0 et u_m :

$$(3.3) \quad u_m = (1 + v/v_{t_0}) \cdot u_0 - kr^2/4 \rho v_{t_0}$$

1.3.3

Précision

On vérifie a posteriori par l'expérience que la valeur de $u_0/4D_{t_0}x$ (pente de la droite $|\text{Log } C/C_0| = f(y^2)$) est déterminée à environ 2 % près. D'autre part u_0 et x étant connus à mieux de 1 %, la précision sur D_{t_0} est de l'ordre de 4 %.

1.4

Résultats

1.4.1

Différentes séries d'expériences

Une première série d'expériences nous a permis de mettre au point la méthode et de vérifier que certains paramètres, comme la concentration à l'injection et, dans une large gamme, le débit de MnO_4K étaient sans influence sur le résultat ; de même, nous avons vérifié la reproductibilité des expériences et montré que la direction du diamètre sur lequel les sondes de prélèvement sont placées n'intervient pas dans le résultat, donc que le flux principal a bien un axe de symétrie cylindrique.

Nous avons ensuite effectué deux séries de mesures avec deux valeurs de x différentes : successivement 51 et 76 centimètres. Pour chaque série, nous avons calculé D_{t_0} pour des nombres de Reynolds compris entre 10 000 et 100 000 environ.

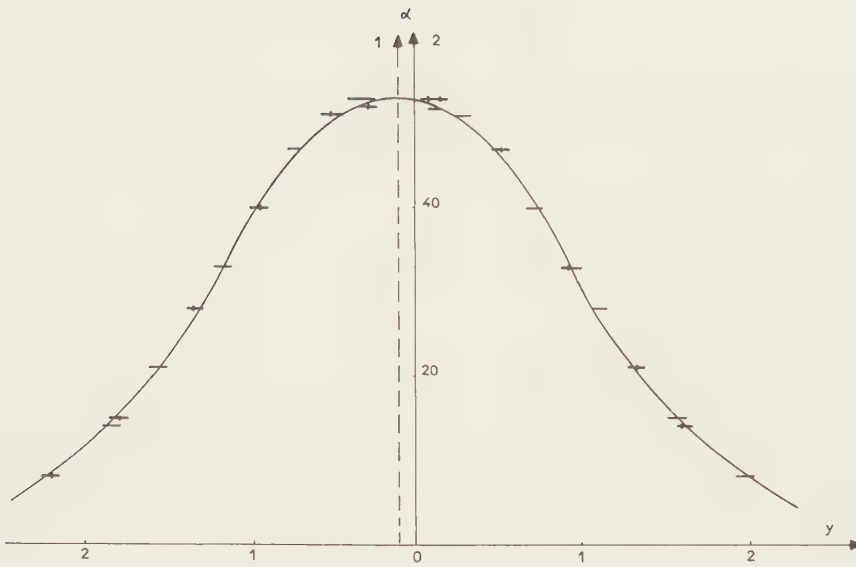


Fig. III.3 — Exemple de profil de concentration.

- : points expérimentaux ;
- : points symétriques par rapport à l'axe expérimental ;
- 1 : axe expérimental ;
- 2 : axe réel.

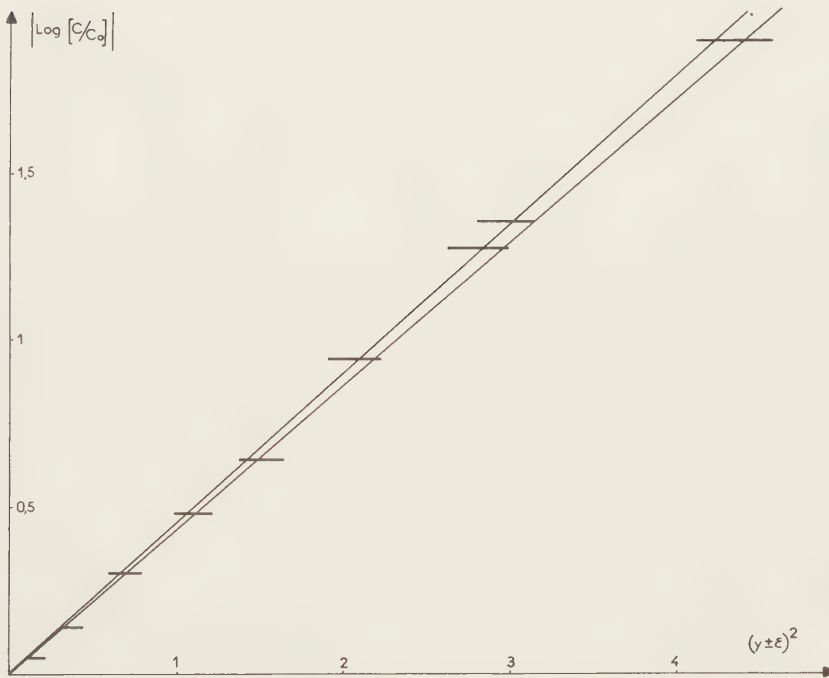


Fig. III.4 — Détermination de la pente : $u_o/4D_{t_o}x$.

1.4.2 Exemple de dépouillement d'une expérience

La suite des calculs menant à la valeur de D_{t_0} est effectuée ci-dessous pour l'expérience n° 5 ; on trouvera en annexe (A I) les résultats bruts des autres expériences.

Le tableau III.2 montre :

- colonne n° 1 : le numéro des sondes ;
2 : les valeurs lues de α qui sont reportées sur la figure III.3 en fonction de y ;
3 : les rapports $C/C_0 = \alpha/\alpha_0$;
4 : les valeurs de $|\text{Log } C/C_0|$;
5 : les carrés des distances à l'axe expérimental, ici $\varepsilon = 0,1$ cm.

Les valeurs de $|\text{Log } C/C_0|$ sont portées en fonction de $(y \pm \varepsilon)^2$ sur la figure III.4, sans prendre en considération les valeurs relatives aux sondes 5, 6, 7 car elles sont trop faibles. Sur cette figure, la longueur des traits correspond à la valeur du diamètre des tubes.

NUMERO DE LA SONDE	α	α/α_0	$ \text{Log } \frac{C}{C_0} $	$(y \pm \varepsilon)^2$
1	14	0,26	1,35	2,79 — 3,13
2	21	0,39	0,94	1,90 — 2,22
3	33	0,62	0,48	0,98 — 1,21
4	47	0,88	0,14	0,31 — 0,44
5	53	1,00	0	0,04 — 0,09
6	53	1,00	0	0,00 — 0,00
7	52	0,98	0,02	0,02 — 0,06
8	51	0,96	0,05	0,12 — 0,21
9	40	0,75	0,30	0,59 — 0,79
10	28	0,53	0,64	1,37 — 1,64
11	15	0,28	1,27	2,62 — 2,99
12	8	0,15	1,89	4,12 — 4,58

Tabl. III.2 — Résultats de l'expérience n° 5

On obtient ainsi :

$$u_0/4D_{t_0}x = 0,44 \pm 0,01$$

Les autres paramètres de l'expérience sont :

$$\begin{aligned}x &= 51 \text{ cm} & \theta &= 13^\circ\text{C d'où } \nu = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s} \\ \text{Re} &= 93\,500 & u_m &= 110,5 \text{ cm/s} \\ u_0 &= 134,5 \text{ cm/s}\end{aligned}$$

Ce qui donne

$$D_{t_0} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{s}$$

1.4.3

Tableau de résultats

Nous avons rassemblé sur les tableaux III.5 et III.6 les différentes valeurs de D_{t0} obtenues (θ est la valeur de la température de l'eau et Re le nombre de Reynolds relatif à la vitesse moyenne de l'écoulement).

θ ° C	Re	D_{t0} cm ² /s	D_{t0}/ν
13	93 500	1,50	125
12,6	80 200	1,55	128
14	79 700	1,305	111
13,2	71 000	1,27	106
13,2	55 000	0,965	81
13,5	41 000	0,762	64
13,5	30 200	0,58	49

Tabl. III.5 — Valeurs de D_{t0} pour $x = 51$ cm

θ ° C	Re	D_{t0} cm ² /s	D_{t0}/ν
16	101 500	1,77	159
16	86 000	1,74	156
14,2	79 700	1,385	119
16	71 500	1,25	112
15,8	55 500	1,035	92
15,8	42 700	0,723	64
16,3	30 400	0,546	50
19,7	17 100	0,35	35

Tabl. III.6 — Valeurs de D_{t0} pour $x = 76$ cm

L'ensemble de ces résultats est reporté sur la figure III.7 : $D_{t0} = f(Re)$. La dispersion des points sur cette figure semble plus grande que celle que l'on pouvait attendre de la précision des mesures. La figure III.8 montre une autre représentation où D_{t0}/ν est porté en fonction de $Re\sqrt{\lambda}$, ν étant le coefficient de viscosité cinématique de l'eau et λ le coefficient de perte de charge.

Nous n'avons pas fait de mesures de λ , mais nous avons repris celles déterminées de façon satisfaisante par plusieurs expérimentateurs.

Les points obtenus sont alors mieux groupés. On remarque en particulier que les deux séries d'expériences ($x = 51$ et $x = 76$ cm) donnent des résultats identiques, donc que la diffusion dans la zone centrale de mesure est établie dès $x = 51$ cm, ce qui



Fig. III.7 — Ensemble des résultats. Injection au centre.

• : $x = 51 \text{ cm}$ $\times$: $x = 76 \text{ cm}$

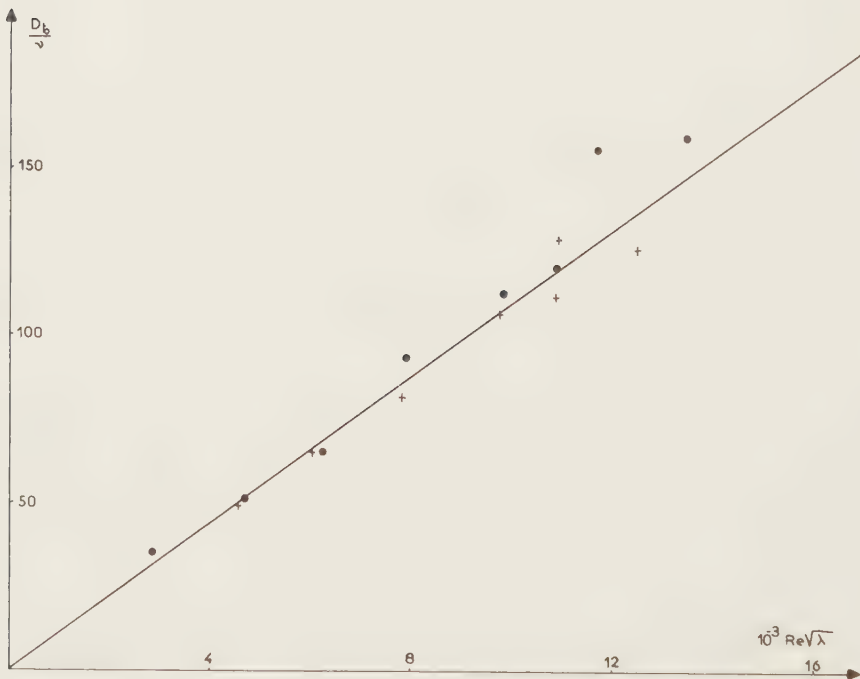


Fig. III.8 — Autre représentation des résultats.

+ : $x = 51 \text{ cm}$ • : $x = 76 \text{ cm}$

n'était pas évident a priori et que nous avons ainsi démontré. La méthode des moindres carrés nous donne comme expression de la droite passant au mieux par les points expérimentaux :

$$(3.4) \quad D_{t_0}/\nu = 10,9 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda}$$

La comparaison de nos résultats avec ceux des recherches antérieures sera faite plus loin (chap. III, 3.1).

2 INJECTION A LA PAROI

2.1 But des expériences

Plusieurs chercheurs ont essayé de déterminer expérimentalement la variation radiale du coefficient de diffusion de chaleur en milieu turbulent en injectant de la chaleur à la paroi du cylindre dans lequel le fluide principal s'écoulait ; dans ces conditions, il leur était souvent difficile d'extrapoler leurs résultats jusqu'au centre (cf. chap. III, 3.2). Pour notre part, nous avons voulu dans notre travail déterminer le coefficient de diffusion de matière et non pas de chaleur, la source étant à la paroi. En fait, nous essayerons de déterminer uniquement la valeur sur l'axe de ce coefficient de diffusion en vue de la comparer avec celle obtenue dans la partie précédente (chap. II, 1 Injection au centre).

2.2 Mode opératoire

2.2.1 Obtention de la solution de permanganate de potassium

On opère de la même façon que précédemment, mais ensuite on redilue la solution concentrée obtenue, car la quantité injectée est ici nettement plus importante et une concentration très inférieure à la saturation est encore suffisante à l'injection pour que le MnO_4K puisse être facilement détecté dans les prises d'essai.

2.2.2 Choix des paramètres

Ce choix est assez restreint ; en particulier, le nombre de Reynolds maximum que nous pouvions atteindre pratiquement avec notre appareil est de 35 000 environ : en effet, nous avons supposé dans la partie théorique (chap. I) que la diffusion est établie (au minimum dans la zone centrale, là où on détermine D_{t_0}) et nous avons constaté expérimentalement que pour $\operatorname{Re} = 55\,000$ par exemple, le profil de concentration après un mètre d'injection à la paroi montre que la diffusion n'est pas établie (fig. III.9), puisque α reste nul entre $y = 0$ et $y = 1,3$.

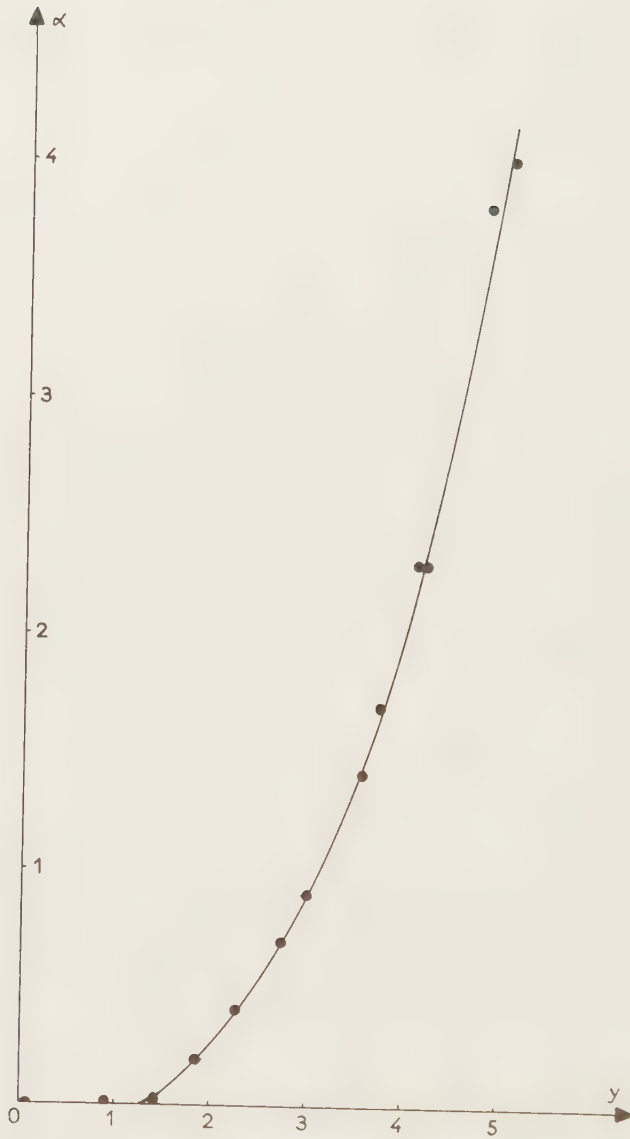


Fig. III.9 — Exemple de profil en régime non établi.

D'autre part, il fallait choisir un nombre de Reynolds assez élevé pour que le milieu soit nettement turbulent. Après avoir vérifié que pour $Re = 35\,000$ la diffusion était établie, nous avons décidé d'adopter un nombre de Reynolds voisin de $30\,000$, de déterminer D_{t_0} pour cette valeur et de la comparer avec celle obtenue dans la première partie.

2.2.3 Mesure des paramètres

Dans cette série d'expériences, on mesure la concentration de la solution injectée, ce qui nous permet d'atteindre la valeur de la variation axiale de la concentration : $\partial C / \partial x$, valeur qu'il est nécessaire de connaître pour calculer ensuite D_{t_0} . On a en effet par le bilan de matière :

$$(3.5) \quad \partial C / \partial x = \frac{C_0 \cdot q}{L(Q + q)}$$

C_0 représentant la concentration à l'injection,
 Q le débit d'eau du courant dans le tube,
 q le débit de permanganate de potassium à la paroi,
 L la longueur d'injection.

En fait, on remarquera dès maintenant que l'application de cette formule soulève une difficulté : bien que q soit petit devant Q , le nombre de Reynolds de l'écoulement n'est pas constant puisque la quantité de liquide qui s'écoule varie du fait de l'injection pariétale. Nous verrons plus loin l'influence de cette imprécision.

Malheureusement, la quantité $\partial C / \partial x$ ainsi calculée n'est qu'une valeur approchée, les expériences montrant qu'elle n'est pas rigoureusement constante le long d'un diamètre, donc que la relation précédente n'est plus valable. De plus, ceci nous empêche de calculer D_t hors de la zone centrale et nous limite à la détermination de D_{t_0} .

On est donc amené à chercher une autre méthode expérimentale permettant de déterminer $\partial C / \partial x$; pour cela, nous avons employé la méthode qui consiste à faire deux expériences successives :

— Dans la première, on injecte le permanganate à travers la paroi d'un seul tube « injecteur » de 1 mètre de long.

— Dans la seconde, on injecte le permanganate à travers les deux tubes « injecteurs », toutes choses étant égales par ailleurs et le débit d'injection étant le même par unité de longueur.

On relève ensuite la différence des concentrations dans la zone centrale, ce qui nous donne $(\Delta C / \Delta x)_0$ pour $\Delta x = 1$ m. En fait, puisque la quantité $(\partial C / \partial x)_0$ sera ensuite divisée par $(\partial^2 C / \partial y^2)_0$ pour obtenir D_{t_0} , il n'est pas nécessaire de faire les calculs sur les concentrations, mais sur des quantités proportionnelles, comme dans la première partie.

La mesure des autres paramètres (débit, pression, température) ne pose pas de problèmes particuliers.

2.2.4

Réglage de l'injection, vérification des tubes

Notre principal souci a été d'obtenir une injection constante et qui ne perturbe pas la turbulence du fluide principal. Pour cela, on a été amené à diminuer au maximum la pression d'injection et à limiter la différence de pression entre la solution injectée et l'écoulement d'eau à 50 g. (La valeur du débit d'injection fait l'objet d'une discussion ultérieure).

D'autre part, nous avons vérifié à la fin de nos expériences que le revêtement de chrome de nos tubes d'injection avait résisté à la corrosion et à l'érosion.

Nous avons également vérifié que la direction du diamètre du tube sur lequel sont situées nos prises d'essais ne joue aucun rôle en faisant plusieurs expériences identiques, n'était la direction de ce diamètre ; les résultats obtenus sont identiques à la précision des expériences près.

La position des sondes de prise d'essai est définie également par visée au cathétomètre. Le tableau III.10 donne les valeurs relevées :

NUMERO DE LA SONDE	DISTANCE DU CENTRE DE LA SONDE A L'AXE PRINCIPAL	NUMERO DE LA SONDE	DISTANCE DU CENTRE DE LA SONDE A L'AXE PRINCIPAL
1	5,07	9	0,08
2	4,85	10	0,93
3	4,52	11	1,87
4	4,22	12	2,75
5	3,72	13	3,58
6	3,03	14	4,15
7	2,28	15	4,82
8	1,42		

Tabl. III.10 — Position des sondes de prise d'essai
dans le cas de l'injection à la paroi

2.3

Dépouillement

Ainsi que l'on pouvait s'y attendre, il n'existe pas dans ce cas d'axe expérimental analogue à celui défini dans les expériences d'injection au centre : cela est normal puisque notre montage est fixe et que tous ses éléments ont leurs axes confondus.

2.3.1

Calcul de D_{t0}

La détermination de D_{t0} fait intervenir la quantité $(\partial^2 C / \partial y^2)_0$ et c'est cette quantité qui est très difficile à obtenir avec précision. La méthode que nous avons employée est

la suivante : à partir des points expérimentaux, on trace la courbe $C = f(y)$ qui passe au mieux à travers ces points : on constate en général qu'il est facile de tracer une telle courbe, puisque la détermination de ces points est assez précise ; à l'aide d'un dérivimètre à miroir OTT on mesure la valeur des pentes des tangentes à cette courbe en des points équidistants à partir de l'axe (de 0,5 cm en 0,5 cm) ; cela nous donne l'allure de la courbe $\delta C / \delta y$ dans la zone centrale ; en prenant la tangente à l'origine de cette courbe, on a la valeur de $(\delta^2 C / \delta y^2)_0$.

2.3.2

Précision

Il est évidemment impossible de déterminer mathématiquement la précision que l'on peut attendre d'une telle méthode. Ainsi qu'on le verra plus loin, nos résultats concordant à 15 - 20 % près, on peut supposer que c'est là la précision de cette méthode de détermination de D_{t0} , l'influence des autres erreurs étant négligeable devant celle apportée par cette double dérivation graphique.

Certains chercheurs ayant eu à résoudre ce même problème de double dérivation d'une courbe passant au mieux par des points expérimentaux ont employé une méthode analytique qui consiste à trouver l'expression algébrique de cette courbe puis à en calculer numériquement la valeur de la dérivée seconde à l'origine. Cette méthode est évidemment beaucoup plus longue à utiliser et elle ne semble pas donner des résultats plus précis que la méthode graphique (cf. chap. III, 3.2).

2.4

Résultats

2.4.1

Différentes expériences

Nous nous sommes très rapidement aperçu qu'un des paramètres dont l'influence était la plus nette sur la valeur calculée de D_{t0} est la *quantité* de MnO_4K injectée et nous avons été conduit à effectuer de très nombreuses expériences pour la même valeur du nombre de Reynolds à des débits q différents, la pression d'injection restant inchangée.

Il faut remarquer que D_{t0} et la turbulence sont liés dans l'expression proposée précédemment (3.4) par l'intermédiaire de la vitesse sur l'axe u_0 . Il importait donc de garder cette quantité constante dans la série d'expérience, ce que nous avons fait en travaillant à un débit moyen constant. Malheureusement la température de l'eau a varié durant nos expériences et il s'en est suivi une légère variation du nombre de Reynolds ; d'autre part, et ainsi que nous le soulignons plus haut, le fait d'injecter une quantité de fluide à la paroi entraîne une variation axiale du nombre de Reynolds dans la section d'injection. Cependant, étant donné la faible précision de la détermination de D_{t0} , nous avons jugé que cette imprécision supplémentaire était mineure (on suppose que D_{t0} varie proportionnellement à Re). Par ailleurs, nous n'aurions pu thermostatier l'eau d'alimentation, vu les énormes volumes utilisés (20 à 30 m³ par expérience).

Notre travail expérimental a donc consisté à mesurer D_{t0} et sa variation en fonction de q pour $Re = 31\,000$ et à faire varier q entre 20 et 80 litres/heure pour chaque mètre d'injection, ce qui représente environ une injection de 2 à $8 \cdot 10^{-3}$ centimètres cubes de permanganate par trou et par seconde, et un rapport Q/q de l'ordre de 200.

2.4.2 Exemple de dépouillement d'une expérience

Les résultats d'une expérience sont portés sur le tableau III.11 et les courbes correspondantes des concentrations pour 1 et 2 mètres d'injection sont tracées sur la figure III.12. On trace sur la même figure la courbe $\delta C / \delta y$ et on en mesure la pente à l'origine :

$$(\delta^2 C / \delta y^2)_0 = 0,07$$

la différence entre les courbes 1 et 2 donne :

$$(\delta C / \delta x)_0 = 0,46 \cdot 10^{-2}$$

l'équation (1.27) permet de calculer D_{t0} :

$$D_{t0} = 1,26 \text{ cm}^2/\text{s}$$

La température de l'eau est de $17,5^\circ\text{C}$, d'où

$$D_{t0} / \nu = 118$$

NUMERO DE LA SONDE	CONCENTRATION POUR 1 METRE D'INJECTION	CONCENTRATION POUR 2 METRES D'INJECTION
1	0,98	1,6
2	0,89	1,5
3	0,81	1,43
4	0,735	1,37
5	0,63	1,23
6	0,455	1,03
7	0,28	0,80
8	0,137	0,61
9	0,066	0,53
10	0,100	0,56
11	0,193	0,70
12	0,37	0,89
13	0,57	1,16
14	0,72	1,35
15	0,87	1,55

Tabl. III.11 — Résultats d'une expérience avec injection à la paroi



Fig. III.12 — Dépouillement d'une expérience d'injection à travers la paroi.

- 1 : profil avec 1 mètre d'injection ;
- 2 : profil avec 2 mètres d'injection ;
- 3 : dérivée du profil de concentration ;
- 4 : tangente à l'origine.

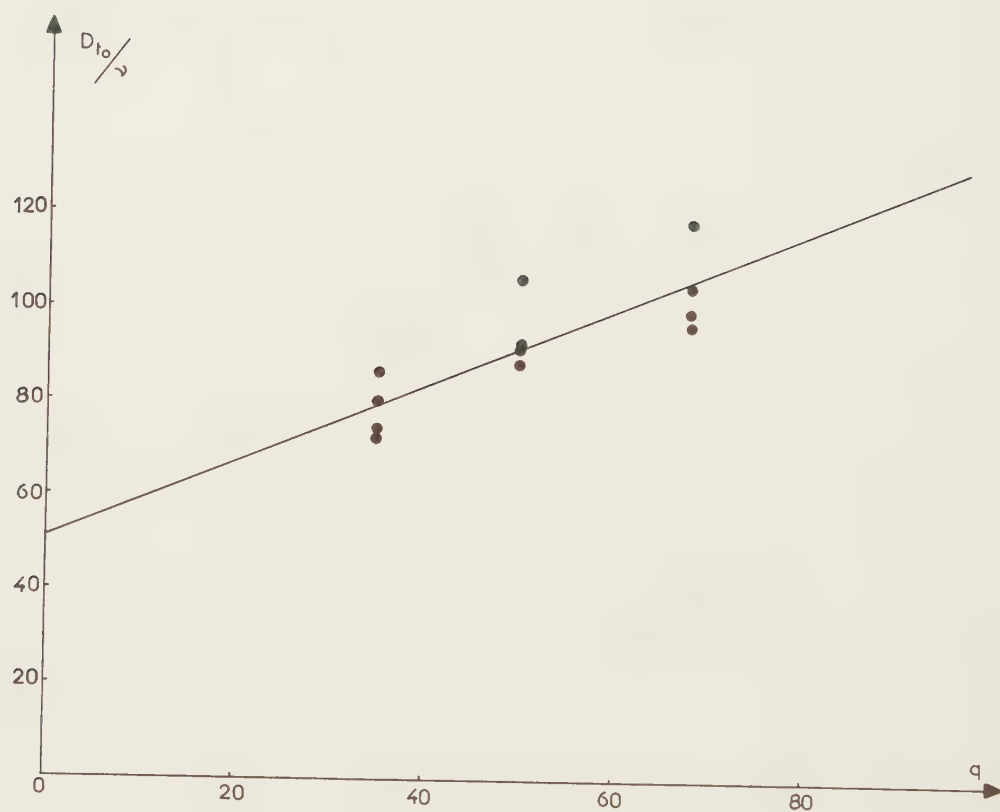


Fig. III.14 — Ensemble des résultats. Injection à travers la paroi.

2.4.3

Résultat des différentes expériences

Les chiffres bruts de nos différentes expériences sont reportés en annexe (A. II) et le tableau III.13 donne les valeurs de D_{to}/ν en fonction de q à raison de quatre expériences pour chaque débit d'injection.

q l/h	35				50				68			
D_{to}/ν	74	86	72	80	91	106	92	88	96	99	104	118

Tabl. III.13 — Valeurs de D_{to} en fonction de q

Ces valeurs numériques sont reportées sur la figure III.14 et on voit que les résultats se groupent autour d'une droite qu'il faut extrapoler jusqu'à $q = 0$ pour obtenir la valeur présumée exacte de D_{to} . La méthode des moindres carrés appliquée ici nous conduit à l'expression :

$$(3.6) \quad D_{to}/\nu = 0,806 q + 51$$

soit pour $q = 0$: $D_{to}/\nu = 51$

2.4.4

Hypothèses expliquant l'influence de q

Lorsque l'on injecte de la matière selon la technique que nous avons utilisée, on injecte simultanément une certaine quantité de mouvement à la paroi, c'est-à-dire là où le fluide principal est en déplacement quasi-laminaire. L'injection de matière perturbe donc considérablement le champ des vitesses près de la paroi, et ce, d'autant plus que le débit d'injection est plus élevé. Il est donc normal que le calcul du coefficient de diffusion au centre soit faussé puisqu'il ne tient pas compte de ce surplus de diffusion.

Quantitativement, la variation constatée de D_{to}/ν en fonction de q est logique puisqu'une augmentation de ce dernier augmente d'autant la « turbulence » factice près de la paroi, ce qui entraîne logiquement une augmentation de D_{to} .

D'autre part, et ainsi que nous l'avons souligné, une augmentation de q entraîne également une augmentation du nombre de Reynolds qui doit tout aussi logiquement entraîner une augmentation de D_{to}/ν , encore que cette cause d'erreur soit certainement moins déterminante que la création de turbulence à la paroi.

2.4.5

Conclusion

La faible précision de la méthode expérimentale ne permet pas de donner un chiffre exact pour la valeur de D_{to} déterminée par cette méthode. Cependant, la détermi-

nation par injection au centre ayant mené à la valeur $D_{to}/\nu = 52$ pour $Re = 31\,000$, on peut penser que les résultats des deux méthodes se recourent.

3 COMPARAISON AVEC LES RESULTATS ANTERIEURS

3.1 Injection sur l'axe du tube

3.1.1 Résultats de TOWLE et SHERWOOD

La comparaison de nos résultats avec ceux de TOWLE et SHERWOOD (52) qui ont étudié successivement la diffusion de l'hydrogène et de l'anhydride carbonique dans l'air, nous a amené à penser que le rapport D_{to}/ν , ν étant la viscosité cinématique *moléculaire*, était, pour un nombre de Reynolds donné, indépendant de la nature du fluide. La vérification de cette idée se trouve dans la figure III.15 sur laquelle D_{to}/ν est porté en fonction du produit $Re \sqrt{\lambda}$.

Les résultats de TOWLE et SHERWOOD se groupent autour de la droite (1) d'équation :

$$(3.7) \quad D_{to}/\nu = 11,8 \cdot 10^{-3} Re \sqrt{\lambda}$$

Le faible écart (inférieur à 9 %) avec nos résultats (droite 2) peut s'expliquer par le fait que le système d'injection utilisé par ces expérimentateurs introduisait soit une modification du champ des vitesses, soit une turbulence supplémentaire dans l'écoulement, donc provoquait une meilleure diffusion, ce qui se traduit bien par un accroissement du coefficient numérique.

3.1.2 Résultats de BALDWIN et WALSH

Nous avons également dépouillé les expériences de BALDWIN et WALSH (2) qui ont étudié la diffusion de la chaleur perdue par un fil fin dans un écoulement d'air turbulent au sein d'une conduite cylindrique, pour des nombres de Reynolds supérieurs à ceux que nous avons obtenus : $250\,000 < Re < 560\,000$.

Les points représentatifs du rapport a_{to}/ν (a_{to} représentant le coefficient de diffusion de chaleur en milieu turbulent et sur l'axe de la conduite) se placent assez bien dans le prolongement de nos points relatifs au rapport analogue D_{to}/ν , comme le montre la figure III.16. On trouve en effet l'expression (moindres carrés) :

$$(3.8) \quad a_{to}/\nu = 10,7 \cdot 10^{-3} Re \sqrt{\lambda}$$

qui s'identifie à la relation (3.4) compte tenu de la précision des mesures.

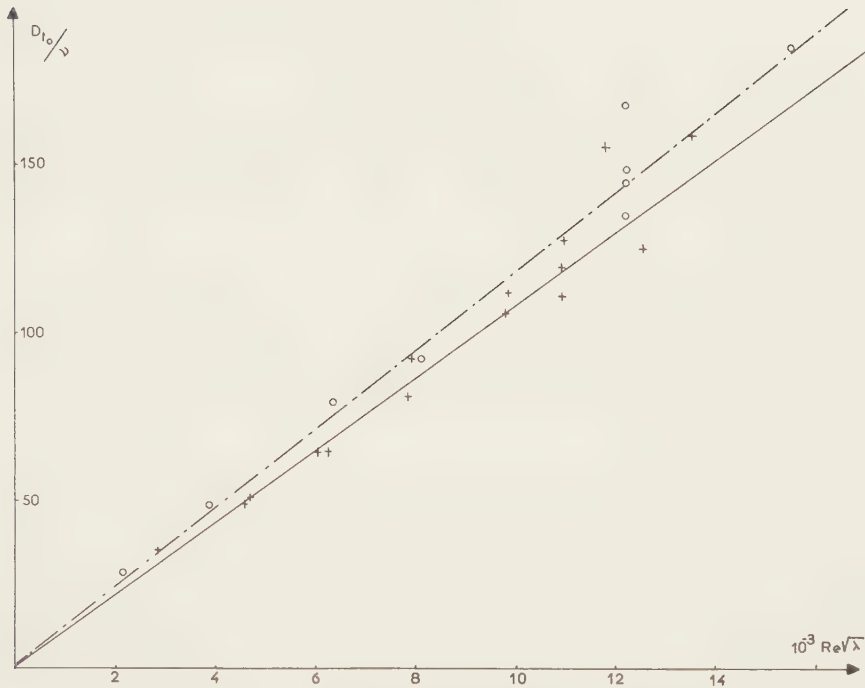


Fig. III.15 — Comparaison de nos résultats avec ceux de TOWLE et SHERWOOD.

○ : Résultats de Towle et Sherwood.
+ : Résultats de nos expériences.

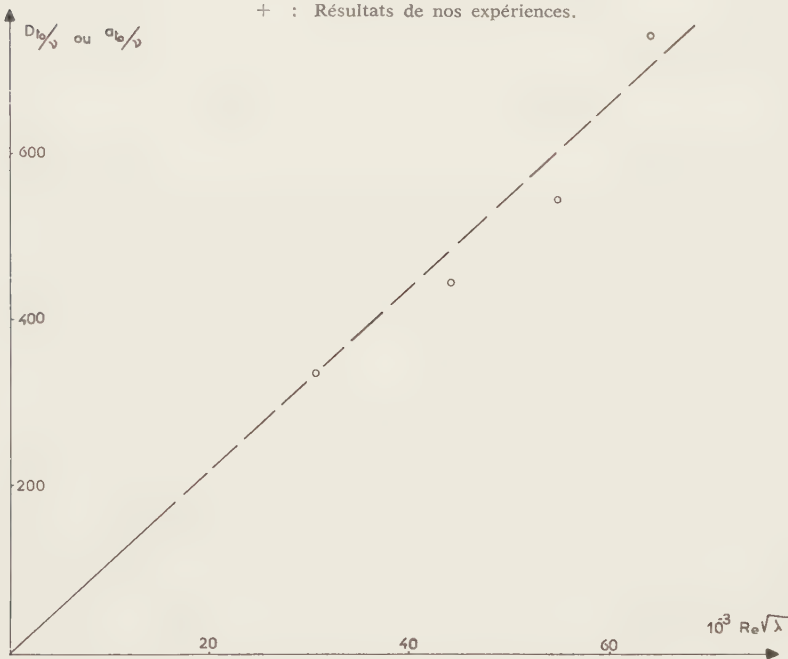


Fig. III.16 — Comparaison de nos résultats avec ceux de BALDWIN et WALSH.

○ : Résultats de Baldwin et Walsh.
— : Résultats de nos expériences.

3.1.3 Résultats de Mc CARTER, STUTZMAN et KOCH

Ces expérimentateurs ont étudié (25) la diffusion d'air chaud injecté au centre d'une conduite cylindrique dans laquelle s'écoule de l'air à des nombres de Reynolds compris entre 7 000 et 26 000. Leurs résultats vérifient la relation :

$$(3.9) \quad a_{to}/\nu = 20.10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda}$$

Il faut noter cependant que dans leur appareil la longueur de la zone d'entrée n'est que de 6 fois le diamètre de la conduite, ce qui est très nettement insuffisant pour que le profil des vitesses soit établi et cela pourrait expliquer, au vu du montage expérimental, que les mesures conduisent à une valeur de a_{to}/ν très supérieure.

3.1.4 Résultats de FLINT, KADA et HANRATTY

Leur étude (12) porte sur la diffusion d'hydrogène et de gaz carbonique dans l'air et du chlorure de potassium dans l'eau, l'injection se faisant au centre d'une conduite cylindrique. Leurs résultats sont comparables aux nôtres pour les valeurs de Re de l'ordre de 10 000 à 30 000 mais sont différents pour Re compris entre 30 000 et 80 000 environ. Cette différence peut provenir de leur mode d'injection (long tube central coaxial à la conduite principale sur une très grande longueur, toute la zone d'entrée de celle-ci). D'autre part leurs résultats sont tirés des expériences par l'intermédiaire de la théorie statistique de Taylor et non pas directement à partir des profils de concentration.

3.1.5 Résultats de LEE et BRODKEY

Nous ne possédons de cette étude récente (24) que les courbes de concentration d'un colorant (violet de gentiane) injecté au centre d'une conduite cylindrique dans laquelle s'écoule de l'eau à un nombre de Reynolds de 50 000 (Re pris par rapport à la vitesse sur l'axe). Vu le manque de données numériques sur ces expériences, nous n'avons pu en faire qu'une étude approchée au terme de laquelle nous avons pu conclure à une bonne concordance entre ces résultats et la relation que nous proposons.

3.1.6 Conclusion

De la comparaison de nos expériences et des travaux cités ci-dessus, nous pouvons déduire (27) que le nombre de Lewis turbulent sur l'axe, à savoir a_{to}/D_{to} égale l'unité et qu'il est indépendant de la nature du fluide considéré, de même que les rapports D_{to}/ν et a_{to}/ν qui ont comme valeur :

$$(3.10) \quad D_{to}/\nu = a_{to}/\nu = 10,8 \cdot 10^{-3} \cdot \operatorname{Re} \sqrt{\lambda}$$

On constate d'autre part que les rapports D_{to}/D et a_{to}/a n'ont pas de signification précise pour un nombre de Reynolds donné, contrairement à ce qui était parfois admis.

3.2

Injection à la paroi

Dans le cas du transfert de chaleur ou de matière à partir de la paroi, on peut étudier, en plus de la valeur du coefficient de diffusion sur l'axe, sa variation le long d'un rayon. Les études assez nombreuses faites sur ce sujet peuvent être classées en trois groupes :

- expériences faites en régime non établi, ou de turbulence non uniforme, ou non isotrope,
- diffusion de matière,
- diffusion de chaleur.

3.2.1

**Expériences en régime non établi ou de turbulence
non uniforme ou non isotrope**

ABRECHT et CHURCHILL (1) ont par exemple mesuré a_t dans la zone d'entrée, GILL de LEE (13) ont fait une étude théorique de régime transitoire, mais en supposant que $a_t = \nu_t$, REYNOLDS (35) impose un flux de chaleur variable à la circonférence d'une conduite, BARROW (3) impose des flux de chaleur différents sur les deux faces d'une conduite plane, mais suppose également que $a_t = \nu_t$, ROMANENKO, LEONT'EV et OBLIVIN (36) comparent expérimentalement D_t et ν_t dans des conduites cylindriques convergentes ou divergentes et constatent que l'analogie de Reynolds n'est pas vérifiée.

Pour intéressantes qu'elles soient, ces études ne seront pas détaillées ici et nous nous en tiendrons aux études faites dans le cas d'écoulements turbulents établis.

3.2.2

Diffusion de matière

La technique généralement utilisée consiste à laisser s'écouler par gravité un film liquide sur les parois verticales d'une conduite cylindrique ou rectangulaire parcourue par de l'air en écoulement turbulent. Le relevé des profils de pression partielle ou de concentration permet d'atteindre le profil de D_t .

SHERWOOD et WOERTZ (42) ne donnent comme résultat que les valeurs de D_{t0} , que l'on peut ramener à :

$$(3.11) \quad D_{t0} / \nu = 10 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda}$$

Leurs expériences portaient sur un écoulement d'air entre deux plaques planes parallèles sur lesquelles ruisselait de l'eau. Le nombre de Reynolds de l'air était inférieur à 100 000.

Dans le but de comparer plus facilement les résultats (tant en ce qui concerne la matière que la chaleur), nous portons sur la figure III.17 la quantité $(D_t/\nu) \cdot (1/10,8 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \cdot \sqrt{\lambda})$ ou $(a_t/\nu) \cdot (1/10,8 \cdot 10^{-3} \cdot \operatorname{Re} \cdot \sqrt{\lambda})$ en fonction de y/r . Nos résultats sont donc

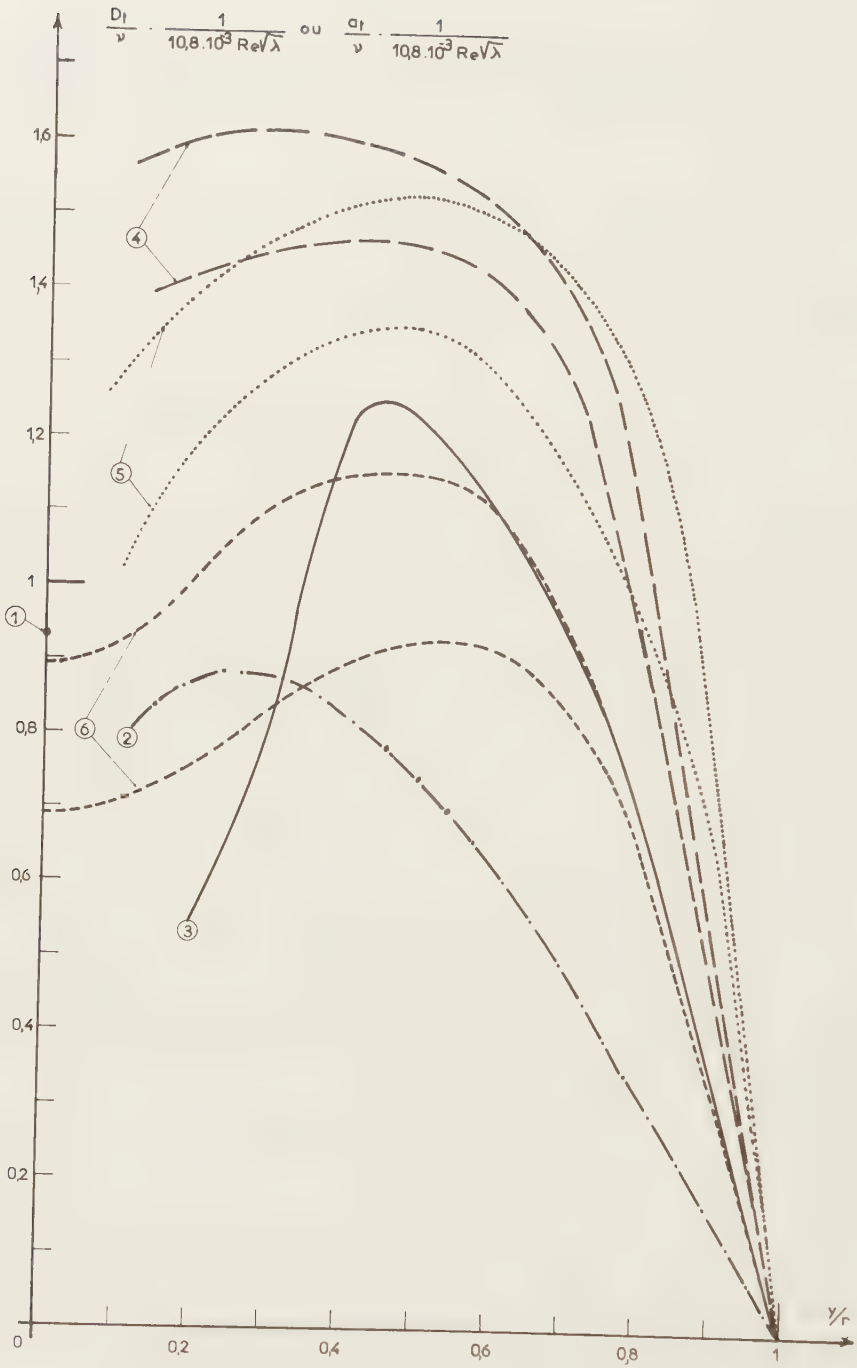


Fig. III.17 — Ensemble des résultats expérimentaux dans le cas de l'injection à travers la paroi. Différents auteurs.

représentés par le point d'abscisse 0 et d'ordonnée 1. Ceux de SHERWOOD et WOERTZ par le point d'abscisse 0 et d'ordonnée 10/10,8 soit 0,93.

DHANAK (10) a refait les mêmes expériences ($8\,000 < Re < 160\,000$) prenant la précaution de couvrir de feutre les parois de sa conduite, dans le but d'éviter la formation de vaguelettes ou de rides à la surface du film tombant. Ses résultats sont représentés sur la figure III.17 par la courbe 2.

SCHWARTZ et HOELSCHER (41) ont fait des expériences de type semblable mais dans une conduite circulaire ($Re = 25\,000$) et leurs résultats sont portés sur la courbe 3 de la même figure.

3.2.3

Diffusion de chaleur

La technique opératoire est ici fort simple : chauffage par effet Joule (ou par fluide chauffant circulant dans une jaquette) d'un tube métallique ; on déduit ensuite a_t du profil des températures relevé en aval à l'aide de thermocouples.

SLEICHER (43) a mesuré la variation de a_t dans une conduite cylindrique pour de l'air s'écoulant à des Re compris entre 15 000 et 80 000. Ses résultats donnent des courbes de a_t comprises entre les deux courbes 4 de la figure III.17.

JOHNK et HANRATTY (20) ont fait des expériences identiques à celles de SLEICHER pour $18\,000 < Re < 71\,000$. Leurs résultats se représentent par un faisceau de courbes dont les frontières sont les courbes 5.

Enfin, une équipe de chercheurs dirigés par SAGE et SCHLINGER a publié une série d'articles (6, 7, 19, 28, 29, 37, 38, 39, 40, 53) consacrés à la détermination expérimentale de a_t dans le cas d'un écoulement d'air turbulent ($10\,000 < Re < 60\,000$) dans une conduite rectangulaire. Les limites de leurs résultats sont représentées par les courbes 6.

3.2.4

Conclusion

L'examen de la figure III.17 appelle plusieurs commentaires :

a) La grande dispersion des résultats semble inhérente à la méthode qui fait appel à une double dérivation d'une courbe expérimentale au voisinage d'un maximum. Il est évident que deux chercheurs ayant obtenu des profils de température voisins par exemple, trouveront des valeurs très différentes des dérivées, en particulier aux intersections de leurs courbes expérimentales, si elles ne sont pas strictement identiques. Certains auteurs ont utilisé une méthode de dérivation graphique, d'autres une méthode analytique sans qu'il soit possible de dire si l'une est plus précise que l'autre.

Une autre cause d'imprécision pourrait provenir du fait que les états de surface des parois des conduites utilisées par les différents expérimentateurs n'étaient pas semblables. Or nous avons vu plus haut (III.2.4.4) lors de l'étude de l'influence du débit d'in-

jection de permanganate à la paroi que cette influence pouvait s'expliquer par une perturbation du champ des vitesses. Il semblerait donc se confirmer que les coefficients de diffusion de chaleur ou de matière dans la zone centrale d'un écoulement turbulent dépendent dans une large mesure des conditions d'écoulement près de la paroi siège du flux diffusant.

b) Malgré cette dispersion, il semble que le principe de la représentation des résultats par les rapports D_t/ν ou a_t/ν en fonction de $Re\sqrt{\lambda}$ reste intéressant et permette de rassembler sur une figure des résultats ayant trait à la diffusion de matière ou de chaleur, dans des conduites circulaires ou rectangulaires. De plus cette représentation est indépendante de l'état (liquide ou gazeux) du fluide principal, puisque nos résultats obtenus avec de l'eau se placent dans la même zone que ceux obtenus sur de l'air.

c) Enfin, on voit que les auteurs ayant déterminé la variation radiale de a_t ou D_t ont constaté la présence d'un maximum hors de l'axe et que l'extrapolation sur cet axe donne une valeur différente de zéro, comme le voudrait la théorie de Deissler. Faute de mieux, ces expérimentateurs concluaient en général en prenant une valeur constante de a_t ou de D_t dans la zone centrale, valeur légèrement inférieure à celle du maximum.

4

CONCLUSIONS EXPERIMENTALES

Nous avons rassemblé les différentes conclusions que l'on peut tirer directement des résultats de nos expériences de diffusion de matière et de leur comparaison avec d'autres études :

1. Les coefficients de diffusion de chaleur et de matière en milieu turbulent sont égaux, donc $Le_t = 1$, du moins au centre.

2. Les valeurs axiales (a_{t0} et D_{t0}) de ces coefficients ne dépendent pas de la source de l'entité diffusante. Il est très probable qu'il en est de même dans toute la section, bien que nous n'en ayons pas de vérification expérimentale.

3. Les valeurs des rapports D_{t0}/ν et a_{t0}/ν sont indépendantes de l'état (liquide ou gazeux) du fluide principal et s'expriment en fonction des paramètres de la turbulence par l'expression :

$$(3.12) \quad D_{t0}/\nu = a_{t0}/\nu = 10,8 \cdot 10^{-3} \cdot Re \sqrt{\lambda}$$

4. Les courbes de variation de D_t ou a_t en fonction de la distance à l'axe présentent un maximum hors de l'axe et un minimum non nul sur l'axe (relation ci-dessus).

5. Les conclusions précédentes sont valables aussi bien pour l'écoulement dans une conduite cylindrique que dans une conduite rectangulaire schématisant un écoulement entre deux plans parallèles.

SUR L'ANALOGIE DE REYNOLDS

1 COMPARAISON DES DIFFUSIVITES DE CHALEUR, DE MATIERE ET DE QUANTITE DE MOUVEMENT

Dans le chapitre précédent, nous avons comparé nos résultats sur la diffusion de matière avec ceux de plusieurs auteurs concernant les diffusions de matière ou de chaleur. Il reste à compléter cette étude par le rapprochement de ces résultats et de ceux obtenus pour la quantité de mouvement afin de se prononcer sur la validité de l'analogie de Reynolds affirmant l'égalité des trois diffusivités : a_t , D_t , et ν_t .

1.1 Travaux de J. GOSSE sur la diffusion de quantité de mouvement

1.1.1 Variation radiale de ν_t

Dès 1958, dans une Note à l'Académie des Sciences (14) J. Gosse publiait les résultats de mesures qu'il avait faites selon une méthode originale et précise de la répartition, dans une section droite, de la viscosité cinématique turbulente ν_t de l'air en écoulement dans un tuyau cylindrique. A la suite de ces travaux, une Note (15) « Sur une hypothèse simple permettant de synthétiser les lois de l'écoulement turbulent dans les tuyaux » concernait la loi de variation du rapport ν_t/ν_{t0} (ν_{t0} valeur sur l'axe). Il était proposé comme équation la plus simple passant au mieux à travers les points expérimentaux :

$$(4.1) \quad \nu_t/\nu_{t0} = 1 - (y/r)^2$$

Par la suite J. Gosse (16) précisait la forme de la variation de ν_t/ν_{t0} en proposant une formule plus élaborée et qui serraient d'un peu plus près les résultats expérimentaux :

$$(4.2) \quad \nu_t/\nu_{t0} = \left(1 + \frac{C}{1 + D}\right) \cdot \frac{(1 - (y/r)^2) (\exp[-C(y/r)^2] + D)}{\exp[-C(y/r)^2] + D + C \cdot \exp[-C(y/r)^2] \cdot (1 - (y/r)^2)}$$

avec $C = 1,815$ et $D = -0,15$ valeurs déterminées de manière semi-théorique.

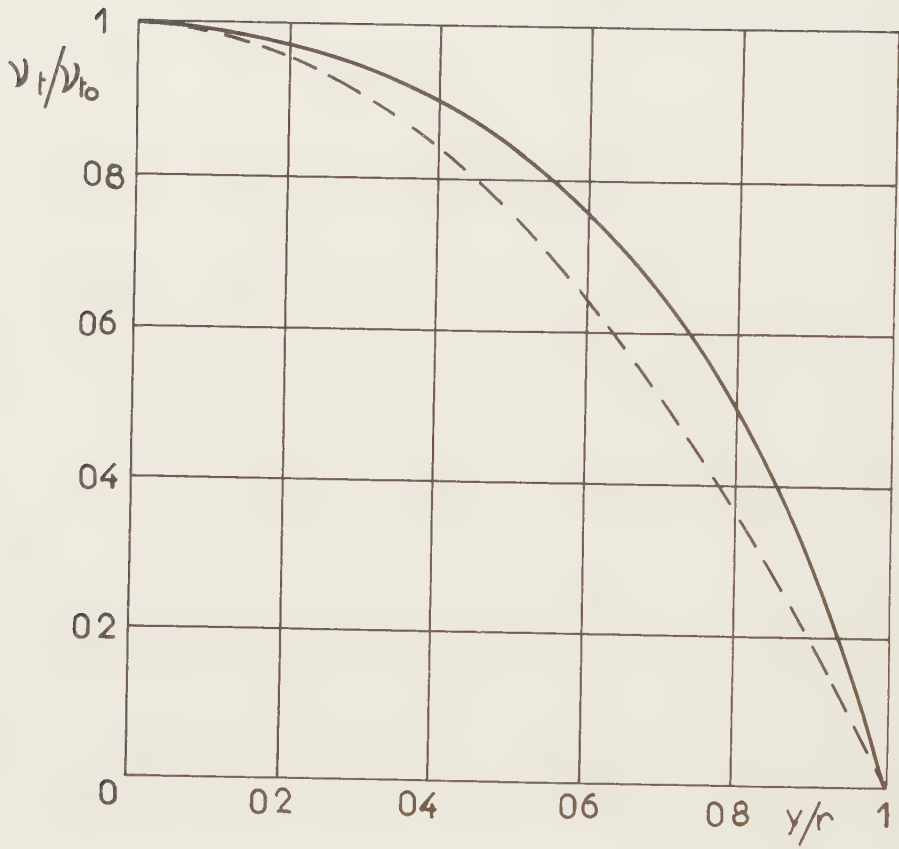


Fig. IV.1 — Profils de viscosité proposés par J. GOSSE.

— — — — — : équation (4.1)

————— : équation (4.2)

Les courbes correspondant à ces deux équations sont représentées sur la figure IV.1 qui montre clairement un maximum sur l'axe du tube.

Il faut bien remarquer que ces profils restent les mêmes dans ce système de coordonnées réduites quel que soit le nombre de Reynolds.

1.1.2 Valeur sur l'axe

Il est bien évident par contre, que la valeur sur l'axe ν_{to} est fonction du nombre de Reynolds et J. Gosse (16) déterminait la variation du rapport ν_{to}/ν en fonction de la vitesse de frottement u^* :

$$(4.3) \quad \nu_{to}/\nu = 0,0656 \cdot u^* r / \nu$$

que l'on peut écrire :

$$(4.4) \quad \nu_{to}/\nu = 0,0656 (u_m r / \nu) (u^*/u_m)$$

D'après les définitions de λ et de Re :

$$\lambda = 8 (u^*/u_m)^2 \quad Re = 2 u_m r / \nu$$

on obtient :

$$(4.5) \quad \nu_{to}/\nu = 0,0656 (Re/2) \sqrt{\lambda/8}$$

soit encore :

$$(4.6) \quad \nu_{to}/\nu = 11,6 \cdot 10^{-3} \cdot Re \sqrt{\lambda}$$

Cette valeur est à rapprocher de celle proposée par HINZE (18 p. 536) qui suppose une valeur constante de ν_t dans la zone centrale :

$$(4.7) \quad \nu_t / u^* r = 0,07$$

ce qui s'écrit de la même façon :

$$(4.8) \quad \nu_t / \nu = 12,3 \cdot 10^{-3} \cdot Re \sqrt{\lambda}$$

1.2 Relation entre ν_{to} , a_{to} et D_{to}

Si l'on compare les équations (4.6) et (4.8) à celle proposée au chapitre précédent (3.12) pour D_{to} et a_{to} :

$$(4.9) \quad a_{to}/\nu = D_{to}/\nu = 10,8 \cdot 10^{-3} \cdot Re \sqrt{\lambda}$$

on remarque que les trois diffusivités suivent la même loi de variation en fonction du nombre de Reynolds, la faible différence entre les coefficients numériques étant de l'ordre de l'imprécision des mesures.

On en arrive donc à cette première conclusion :

$$(4.10) \quad D_{t_0} = a_{t_0} = v_{t_0}$$

Ce qui vérifie l'hypothèse fondamentale de l'analogie de Reynolds au centre d'un écoulement turbulent.

1.3 **Comparaison entre les profils de D_t ou a_t et celui de v_t**

Par contre, si l'on rapproche les figures IV.1 et III.17 donnant les variations radiales de D_t ou a_t et de v_t , on note une différence nette, la viscosité turbulente décroissant de façon continue depuis la valeur sur l'axe, alors que les courbes des diffusivités de chaleur et de matière présentent un maximum hors de l'axe. L'allure générale des courbes de la figure III.17 est répétée sur la figure IV.2 en faisant l'hypothèse supplémentaire $a_{t_0} = v_{t_0}$. Sur la même figure, nous avons fait figurer l'allure de v_t / v_{t_0} donné par J. GOSSE.

La différence est beaucoup trop nette et vérifiée par de trop nombreux expérimentateurs pour qu'il puisse s'agir d'erreurs de mesure. On est donc amené à penser que l'analogie de Reynolds n'est pas vérifiée hors de l'axe. Nous allons dans la suite de ce chapitre expliquer les différences entre ces courbes de manière théorique.

2 **ESSAI D'EXPLICATION THEORIQUE**

2.1 **Théorie du flux complémentaire**

2.1.1 **Hypothèse de C. BORY**

Dans son « Etude théorique par voie continue du mélange par turbulence dans les fluides » (4) C. BORY arrivait à la conclusion suivante :

« Un gradient de viscosité turbulente dans la direction Oy entraîne un flux constant de matière s'effectuant suivant la direction de diffusion dans les sens des turbulences décroissantes tel que la masse traversant, pendant l'unité de temps, une surface unitaire normale à Oy est égale à $\rho (\delta v_t / \delta y)$ ».

Nous ne reprenons pas ici la longue démonstration qui aboutit à ce résultat, elle se trouve en détail dans le mémoire (4).

2.1.2 **Conclusion de J. GOSSE**

Reprenant cette étude théorique et l'appliquant au cas de la diffusion dans un champ de turbulence stationnaire (17) J. GOSSE constatait que le cas du régime turbulent établi dans une conduite circulaire correspondait :

- à un profil de vitesse indépendant de la section de mesure.
- à un profil de viscosité (fig. IV.1) variable dans la direction Oy.

Or ce gradient de viscosité amènerait d'après la théorie de C. BORY, un flux de matière qui devrait donc faire varier le profil de vitesse (on suppose que la masse spécifique du fluide est constante), et J. GOSSE concluait :

« Il faut donc admettre qu'il existe un flux adverse lié à l'état de turbulence du fluide. Ces deux flux antagonistes sont tels que leur résultante en chaque point de l'espace soit nulle sous l'angle du bilan massique macroscopique. »

Si l'on remarque que ces flux sont sans effet sur la valeur du coefficient de quantité de mouvement (4), mais qu'ils agissent sur les diffusions de chaleur et de matière en apportant un brassage supplémentaire, on arrive à la conclusion que le nombre de Prandtl turbulent ν_t/a_t doit être différent de l'unité dans les cas de turbulence hétérogène stationnaire, par exemple hors de la zone centrale de l'écoulement dans un tube cylindrique.

2.1.3 Application au cas de l'écoulement dans les tuyaux. Mise en équation.

Après cette démonstration qualitative, nous allons appliquer cette théorie au cas qui nous préoccupe en essayant, à partir d'un profil de viscosité et d'un profil de température, de déterminer le profil de diffusivité de chaleur.

Afin de montrer que cette théorie est aussi valable pour la diffusion de chaleur que pour la diffusion de matière, nous écrirons l'équation pour le problème de matière :

Calculons la quantité de matière qui s'accumule dans l'unité de volume pendant l'unité de temps, en faisant la somme de deux termes, le premier exprimant que matière et quantité de mouvement diffuseraient avec le même coefficient si la turbulence était homogène et le second provenant de l'hétérogénéité, donc exprimant qu'il y a deux flux complémentaires proportionnels au gradient de ν_t .

$$(4.11) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right) + 2 \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot \frac{\partial \nu_t}{\partial y}$$

Le coefficient 2 provient de ce que le flux constant lié à $\delta \nu_t / \delta y$ et le courant adverse ont la même intensité.

Mais par la définition de D_t , cette quantité est égale à :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right)$$

On peut donc calculer D_t à partir de l'égalité :

$$(4.12) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right) + 2 \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot \frac{\partial \nu_t}{\partial y}$$

qui peut s'écrire :

$$(4.13) \quad D_t = \nu_t + \frac{2}{\partial C / \partial y} \int_0^y \frac{\partial C}{\partial y} \cdot \frac{\partial \nu_t}{\partial y} \cdot dy$$

Dans le cas de la diffusion de chaleur, on écrit :

$$(4.14) \quad a_t = \nu_t + \frac{2}{\partial \theta / \partial y} \int_0^y \frac{\partial \theta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \nu_t}{\partial y} \cdot dy$$

θ étant ici une température réduite.

C'est cette dernière équation que nous utiliserons pour calculer a_t à partir des profils de ν_t et de θ .

2.2

Profils utilisés

Comme profil de viscosité, nous avons successivement utilisé les deux équations (4.1) et (4.2) proposées par J. GOSSE. Quant au profil de θ , nous avons utilisé celui donné par JOHNK et HANRATTY (20).

2.2.1

Profil de JOHNK et HANRATTY

Une des plus anciennes représentations empiriques du profil des températures dans un écoulement turbulent est la loi :

$$(4.15) \quad T^* = B \cdot (y^*)^{1/m}$$

T^* et y^* étant les température et distance adimensionnelles classiques, B et m des coefficients.

Ce profil a le grave inconvénient de présenter une pente non nulle au centre de l'écoulement, ce qui est contraire à la symétrie du système. Pour remédier à cet inconvénient, JOHNK et HANRATTY proposent une loi voisine qui donne une pente nulle au centre, par l'intermédiaire d'un paramètre s :

$$(4.16) \quad \frac{T_p - T}{T_p - T_o} = (1 + s) (1 - y/r)^{1/m - s} (1 - y/r)^{(1 + s)/sm}$$

T_p et T_o étant les températures à la paroi et au centre. Les auteurs précisent que cette équation représente correctement les résultats expérimentaux pour

$$(1 - y/r) \geq 0,04$$

m prenant, en fonction de Re les valeurs données dans le tableau IV.3 et s ayant comme

valeur approximative 0,02. Il est évident que le coefficient s est très difficile à déterminer directement avec précision. Nous avons tenté de le faire indirectement, en supposant que l'analogie de Reynolds est vérifiée au centre (ce qui est une de nos conclusions expérimentales).

Re	m
18 000	5,40
25 000	5,67
35 000	5,75
50 000	5,85
71 000	6,25

Tabl. IV.3 — Valeur du paramètre m en fonction de Re d'après Johnk et Hanratty (20)

2.2.2

Détermination du paramètre s

Nous avons vu au chapitre I la relation (1.29) permettant de calculer a_{t0} à partir de $T = f(y)$:

$$(4.17) \quad a_{t0} = u_0 \cdot \frac{\partial T / \partial x}{2 (\partial^2 T / \partial y^2)_0}$$

Du profil (4.16) on peut tirer $(\partial^2 T / \partial y^2)_0$ en différenciant deux fois :

$$(4.18) \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T_o - T_p}{r} \cdot \left(\frac{1+s}{m} \right) \cdot (1-y/r)^{(1-m)/m} \cdot \left[1 - (1-y/r)^{1/sm} \right]$$

$$(4.19) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_o - T_p}{r} \cdot \left(\frac{1+s}{m} \right) \left\{ (1/m-1) (-1/r) (1-y/r)^{(1-2m)/m} \right. \\ \left. \left[1 - (1-y/r)^{1/sm} \right] + (1-y/r)^{(1-m)/m} (1/r) (1/sm) (1-y/r)^{(1-sm)/sm} \right\}$$

d'où :

$$(4.20) \quad \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_0 = \frac{T_o - T_p}{r^2} \cdot \frac{1+s}{sm^2}$$

on a d'autre part (1.30) :

$$(4.21) \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2q'}{C_p u_m r}$$

En portant (4.20) et (4.21) dans (4.17), on obtient :

$$(4.22) \quad a_{to} = \frac{u_o \cdot 2q' / \rho C_p u_m r}{2 \cdot \frac{T_o - T_p}{r^2} \cdot \frac{1+s}{sm^2}}$$

soit :

$$(4.23) \quad a_{to} = \frac{sm^2}{1+s} \cdot \frac{u_o}{u_m} \cdot \frac{rq'}{\rho C_p (T_o - T_p)}$$

Si on suppose maintenant que :

$$(4.24) \quad a_{to} / \nu = v_{to} / \nu = 10,8 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda}$$

on a :

$$(4.25) \quad 10,8 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda} = \left[\frac{1}{\nu} \right] \left[\frac{sm^2}{1+s} \right] \left[\frac{u_o}{u_m} \right] \left[\frac{rq'}{\rho C_p (T_o - T_p)} \right]$$

En portant dans cette équation les valeurs expérimentales de JOHNK et HANRATTY, on s'aperçoit que la quantité :

$$10,8 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda} \cdot \nu \cdot \frac{u_m}{u_o} \cdot \frac{\rho C_p (T_o - T_p)}{rq'}$$

reste voisine de l'unité, ce qui voudrait dire qu'il est préférable de calculer s à partir de m par la relation :

$$(4.26) \quad \frac{sm^2}{1+s} = 1$$

plutôt que de prendre s égal à la valeur constante 0,02.

On remarque d'après (4.20) que l'on a alors une expression simple pour $(\delta^2 T / \delta y^2)_o$:

$$(4.27) \quad \left(\frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \right)_o = \frac{T_o - T_p}{r^2}$$

expression qui devient indépendante du nombre de Reynolds.

Pour le calcul de a_t , nous avons utilisé successivement le profil de JOHNK et HANRATTY avec $s = 0,02$ et avec les valeurs de s calculées par (4.26) valeurs qui restent de l'ordre de 0,02.

2.3

Calcul machine. Résultats.

En reportant dans l'équation (4.14) les expressions (4.1) ou (4.2) pour v_t et (4.16) pour θ , on obtient une expression intégrale de a_t qui ne peut être mise sous une forme analytique plus simple. Pour calculer cette intégrale, on a employé la méthode numérique classique des trapèzes. Les calculs ont été faits sur la CAB 500 de l'Ecole Nationale

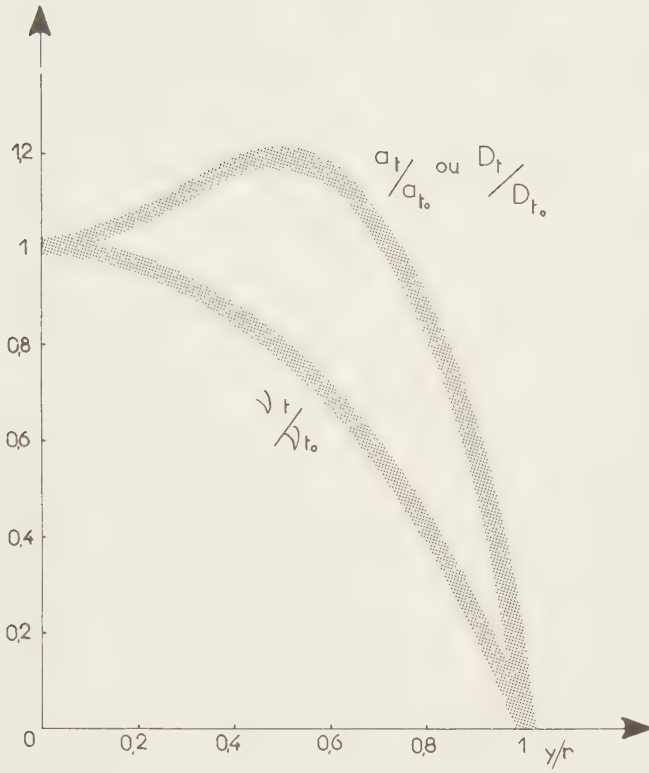


Fig. IV.2
Comparaison des profils
de viscosité et des profils
de diffusivité de chaleur
ou de matière.

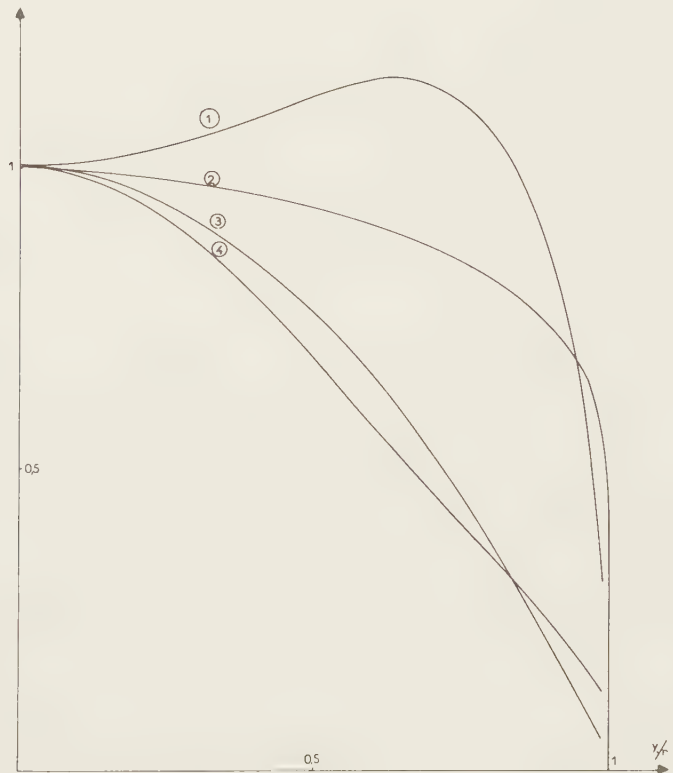


Fig. IV.4
Différentes courbes obtenues
par voie théorique.
1 : a_t ou D_t (4.13) ou (4.14)
2 : Température réduite
(4.16) plus (4.26)
3 : Viscosité turbulente (4.1)
4 : Nombre de Prandtl turbulent.

Supérieure des Industries Chimiques. Le programme, écrit en langage ALGOL, calcule ν_t , θ , a_t et Pr_t pour y/r variant de 0 à 1 avec un pas réglable. La figure IV.4 donne les résultats obtenus pour le cas suivant :

profil de viscosité (4.1)
profil de température (4.16) plus (4.26)
nombre de Reynolds : 70 000
 m : 6,25 s : 0,0262

Nous ne donnerons pas les tableaux correspondant à tous les calculs que nous avons fait, ce qui serait trop long ; nous nous contenterons d'énoncer les résultats que l'on peut tirer de ces calculs :

Les courbes a_t/a_{t0} obtenues présentent toutes un minimum sur l'axe et un maximum de l'ordre de 1,10 à 1,20 situé à $y/r \simeq 0,6$ pour un nombre de Reynolds restant inférieur à 70 000 (les valeurs de m données par JOHNK s'arrêtent à $Re = 70\,000$). Le fait de prendre l'un ou l'autre des profils de viscosité fait varier légèrement la valeur et la position du maximum, alors que le fait de prendre $s = 0,02$ ou $(1 + s)/s \cdot m^2 = 1$ joue très peu, les profils de température qui en découlent étant très voisins.

2.4 Comparaison avec les résultats expérimentaux

La courbe de variation de a_t/a_{t0} obtenue par voie théorique (IV.4) présente les mêmes caractères que les courbes expérimentales (III.17) : minimum sur l'axe (que nous avons pris égal à l'unité) et maximum de valeur 1,2 environ pour $y/r \simeq 0,5 - 0,6$. D'autre part il est probable qu'avec un peu de patience on pourrait superposer tels résultats expérimentaux que l'on voudrait avec une courbe obtenue théoriquement, en jouant uniquement sur les profils de ν_t et θ , profils qui seraient cependant voisins des profils expérimentaux ; cela ne serait guère qu'un exercice mathématique sans grand support physique tant que la précision des mesures de vitesse et de température dans les écoulements turbulents ne sera pas supérieure à ce qu'elle est actuellement.

2.5 Conclusion

La théorie proposée dans ce chapitre permet d'expliquer les courbes de variations de a_t et de D_t obtenues expérimentalement. Elle définit de plus de manière théorique la valeur du nombre de Prandtl turbulent, valeur qui était souvent prise arbitrairement égale à l'unité et qui est en fait souvent plus proche de 0,5 que de 1, ce qui a d'ailleurs été constaté expérimentalement par plusieurs chercheurs, ainsi que le rapportent KESTIN et RICHARDSON (21). Cette théorie montre donc que l'analogie de Reynolds n'est vérifiée que dans les écoulements turbulents isotropes et homogènes.

CONCLUSION

Selon l'analogie de Reynolds, en milieu turbulent, les coefficients de diffusion de chaleur a_t , de matière D_t , et de quantité de mouvement ν_t seraient égaux. Nous avons mesuré expérimentalement D_{t0} , valeur de D_t au centre d'une conduite cylindrique dans laquelle s'écoule de l'eau, en injectant une solution de MnO_4K d'abord au centre, puis à travers la paroi. Compte tenu de la précision des méthodes expérimentales (la première étant plus fine que la seconde) on peut conclure que les mesures se recoupent. D'autre part la comparaison de ces valeurs avec celles obtenues par d'autres expérimentateurs pour a_{t0} et ν_{t0} , montre que ces trois coefficients sont égaux :

$$(5.1) \quad a_{t0} = D_{t0} = \nu_{t0}$$

On propose la loi suivante pour relier ces coefficients aux paramètres de la turbulence :

$$(5.2) \quad a_{t0} / \nu = D_{t0} / \nu = \nu_{t0} / \nu = 10,8 \cdot 10^{-3} \operatorname{Re} \sqrt{\lambda}$$

En appliquant cette loi au profil de température proposé par JOHNK (20) on a pu améliorer la définition de ce profil et lui donner une forme universelle simple dans la zone centrale :

$$(5.3) \quad \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_0 = \frac{T_o - T_p}{r^2}$$

Les variations radiales de a_t , de D_t , et de ν_t ont été déterminées avec plus ou moins de précision par divers expérimentateurs. Le rapprochement de leurs résultats montre que ν_t est une fonction monotone décroissante de y/r , alors que D_t et a_t présentent un maximum hors de l'axe.

En tenant compte de l'hétérogénéité de la turbulence on a proposé une théorie expliquant ces profils différents (26) : on peut admettre que l'analogie de Reynolds définirait des coefficients théoriques D'_t et a'_t qui varieraient radialement suivant la même loi

que ν_t ; les valeurs de a_t ou de D_t trouvées expérimentalement ne seraient que des valeurs apparentes dues à la superposition des effets de la diffusion proprement dite (de coefficient D'_t ou a'_t) et des flux de matière résultant d'un gradient de ν_t . L'analogie de Reynolds ne serait donc applicable que dans le cas de la turbulence uniforme et isotrope. Dans les autres cas, les nombres de Prandtl et de Schmidt turbulents $Pr_t = \nu_t / a_t$ et $Sc_t = \nu_t / D_t$ seraient toujours inférieurs à l'unité.

Cette théorie doit permettre de préciser les calculs d'échanges simultanés de chaleur, de matière et de quantité de mouvement, et en particulier de calculer l'avancement des réactions chimiques dans les réacteurs tubulaires qui sont souvent le siège de tels échanges.

— — — — —

RESULTATS BRUTS DES EXPERIENCES AVEC INJECTION SUR L'AXE

Nombre de Reynolds et concentration des différentes sondes de prise d'essai

x = 51 cm

Re	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
93 500	14	21	33	47	53	53	52	51	40	28	15	8
80 200	28	39	55,5	72	84	83	80	77	62	44	32	18
79 700	25	33	50,5	67	77	78	76,5	73	58	41	23	13
71 000	18	26,5	38,5	48,5	55	57,5	55,5	54	42,5	28	17,5	9
55 000	15,5	24	34	44,5	50	53	49	49	36,5	25	16	6
41 000	22,5	33	48	62,5	70,5	71	70,5	66,5	52,5	32,5	22	13
30 200	25,5	37	55	74	86	87,5	88	87,5	72,5	52	35	18

x = 76 cm

Re	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
101 500	23,5	28	33	41	44,5	43	47,5	44,5	42	34,5	25	18
86 000	27	33	39,5	47	50,5	46	49	47,5	42,5	35	27	19
79 700	19	24	31	40	43	43,5	42	42,5	35	28	22	15
71 500	28,5	36	46	55,5	62	63,5	60,5	60	55,5	43	32,5	21
55 500	30	37,5	50	57	61	61,5	60	58	51	39	28,5	21
42 700	25	33	42,5	50,5	56	56	55	53	47	38	30	21
30 400	22	28	33	41	44,5	44,5	46	43,5	38,5	31	22,5	16
17 100	17,5	21,5	26,5	29,5	33	31	31	30,5	27	21	16,5	12,5

ANNEXE II

RESULTATS BRUTS DES EXPERIENCES AVEC INJECTION A TRAVERS LA PAROI

Concentration des différentes sondes de prise d'essai pour 1 et 2 mètres d'injection

$$q = 35 \text{ l/h}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 m	0,33	0,285	0,255	0,23	0,195	0,143	0,085	0,040	0,024	0,034	0,061	0,117	0,185	0,233	0,290
2 m	0,51	0,45	0,41	0,38	0,34	0,29	0,23	0,185	0,154	0,165	0,209	0,277	0,360	0,415	0,485
1 m	0,33	0,31	0,28	0,26	0,20	0,155	0,125	0,107	0,096	0,100	0,115	0,15	0,19	0,25	0,30
2 m	0,52	0,50	0,46	0,43	0,34	0,295	0,235	0,20	0,18	0,19	0,215	0,27	0,325	0,42	0,50
1 m	0,46	0,44	0,42	0,395	0,355	0,295	0,24	0,20	0,176	0,186	0,22	0,27	0,342	0,39	0,44
2 m	0,30	0,275	0,25	0,23	0,19	0,17	0,14	0,115	0,10	0,105	0,127	0,16	0,205	0,235	0,27
1 m	0,34	0,32	0,31	0,28	0,23	0,17	0,105	0,060	0,035	0,045	0,080	0,145	0,215	0,24	0,31
2 m	0,58	0,54	0,50	0,47	0,43	0,36	0,29	0,22	0,18	0,195	0,25	0,385	0,41	0,46	0,53

q = 50 l/h

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 m	0,65	0,62	0,58	0,54	0,49	0,40	0,31	0,24	0,195	0,215	0,27	0,36	0,46	0,53	0,61
2 m	0,92	0,90	0,86	0,80	0,73	0,61	0,49	0,41	0,36	0,38	0,45	0,57	0,70	0,79	0,90
1 m	0,45	0,43	0,40	0,38	0,335	0,27	0,20	0,14	0,092	0,116	0,166	0,24	0,32	0,38	0,44
2 m	0,76	0,72	0,685	0,64	0,575	0,485	0,398	0,339	0,304	0,320	0,370	0,448	0,558	0,630	0,715
1 m	0,56	0,53	0,49	0,455	0,400	0,33	0,24	0,175	0,13	0,150	0,22	0,30	0,38	0,445	0,54
2 m	0,84	0,805	0,76	0,72	0,655	0,56	0,46	0,39	0,342	0,362	0,42	0,53	0,625	0,72	0,80
1 m	0,705	0,63	0,585	0,53	0,46	0,337	0,215	0,105	0,055	0,077	0,150	0,263	0,405	0,510	0,625
2 m	1,08	0,98	0,91	0,87	0,78	0,65	0,49	0,365	0,31	0,36	0,425	0,555	0,725	0,840	0,975

q = 68 l/h

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 m	0,73	0,68	0,62	0,56	0,47	0,33	0,205	0,098	0,045	0,090	0,139	0,276	0,43	0,55	0,675
2 m	1,2	1,13	1,07	1,02	0,91	0,755	0,58	0,445	0,38	0,408	0,514	0,645	0,88	1,04	1,17
1 m	0,70	0,66	0,58	0,53	0,44	0,325	0,16	0,08	0,025	0,045	0,112	0,255	0,395	0,507	0,635
2 m	1,05	1,00	0,93	0,888	0,788	0,65	0,50	0,39	0,33	0,35	0,44	0,59	0,745	0,862	0,957
1 m	0,615	0,585	0,54	0,48	0,39	0,27	0,147	0,073	0,031	0,108	0,107	0,227	0,37	0,47	0,60
2 m	1,00	0,96	0,905	0,84	0,74	0,60	0,46	0,355	0,295	0,32	0,41	0,565	0,75	0,91	1,04
1 m	0,98	0,89	0,81	0,735	0,63	0,455	0,28	0,137	0,066	0,10	0,193	0,37	0,57	0,72	0,87
2 m	1,6	1,5	1,43	1,37	1,23	1,03	0,80	0,61	0,53	0,56	0,70	0,89	1,16	1,35	1,55

BIBLIOGRAPHIE

- 1 — ABRECHT P. H. et CHURCHILL S. W., A I CH E J 6 (1960) 268.
- 2 — BALDWIN L. V. et WALSH T. J., A I CH E J 7 (1961) 53.
- 3 — BARROW H., Int J of Heat and Mass Tr 5 (1962) 469.
- 4 — BORY C., ANN PHYS PARIS 8 (1953) 313.
- 5 — BOUSSINESQ J., Théorie de l'écoulement tourbillonnant Paris 1897.
- 6 — CAVERS S. D., HSU N. T., SCHLINGER W. G. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 45 (1953) 2138.
- 7 — CORCORAN W. H., PAGE F., SCHLINGER W. G. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 44 (1952) 410.
- 8 — DEISSLER R. G., TRANS ASME (fév. 1951) 101.
- 9 — DEISSLER R. G., Int J of Heat and Mass Tr 6 (1963) 257.
- 10 — DHANAK A. M., A I CH E J 4 (1958) 190.
- 11 — DRYDEN H. L. et KUETHE A. M., Nat. Advisory Comm. Aeron. Tech. Reports n° 342 (1930).
- 12 — FLINT D. L., KADA H. et HANRATTY T. J., A I CH E J 6 (1960) 325.
- 13 — GILL W. N. et LEE S. M., A I CH E J 8 (1962) 303.
- 14 — GOSSE J., COMPT REND ACAD SCI 246 (1958) 552.
- 15 — GOSSE J., COMPT REND ACAD SCI 246 (1958) 2725.
- 16 — GOSSE J., COMPT REND ACAD SCI 257 (1963) 369.
- 17 — GOSSE J., COMPT REND ACAD SCI 257 (1963) 2395.
- 18 — HINZE J. O., TURBULENCE Mac Graw Hill 1959.
- 19 — HSU N. T., SATO K. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 48 (1956) 2218.
- 20 — JOHNK R. E. et HANRATTY T. J., CHEM ENG SCI 17 (1962) 867.
- 21 — KESTIN J. et RICHARDSON P. D., Int J of Heat and Mass Tr 6 (1963) 147.
- 22 — KOLMOGOROFF A. N., COMPT REND ACAD SCI URSS 30 (1941) 301.
- 23 — LAUFER J., NACA Reports 1174 (1954).
- 24 — LEE J. et BRODKEY R. S., A I CH E J 10 (1964) 187.
- 25 — MC CARTER R. J., STUTZMAN L. F. et KOCH H. A., IND ENG CHEM 41 (1949) 1290.
- 26 — MALENGÉ J., COMPT REND ACAD SCI 258 (1964) 2014.
- 27 — MALENGÉ J. et GOSSE J., COMPT REND ACAD SCI 255 (1962) 3118.
- 28 — PAGE F., CORCORAN W. H., SCHLINGER W. G. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 44 (1952) 419.

- 29 — PAGE F., SCHLINGER W. G., BREAU D. K. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 44 (1952) 424.
 - 30 — PRANDTL L., Z ANGEW MATH MECH 5 (1925) 136.
 - 31 — PRANDTL L., Z VER DEUT ING 77 (1933) 105.
 - 32 — REICHARDT H., J ROY AER SCI (1943) 167.
 - 33 — REICHARDT H., Z ANGEW MATH MECH 31 (1951) 7.
 - 34 — REYNOLDS O., PROC ROY SOC LONDON SER A 56 (1894) 40.
 - 35 — REYNOLDS W. C., Int J of Heat and Mass Tr 6 (1963) 445.
 - 36 — ROMANENKO P. N., LEONT'EV A. I. et OBLIVIN A. N. Int J of Heat and Mass Tr 5 (1962) 541.
 - 37 — SCHLINGER W. G., BERRY V. J., MASON J. L. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 45 (1953) 662.
 - 38 — SCHLINGER W. G. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 45 (1953) 657.
 - 39 — SCHLINGER W. G., HSU N. T., CAVERS S. D. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 45 (1953) 864.
 - 40 — SCHLINGER W. G. et SAGE B. H., IND ENG CHEM 45 (1953) 2636.
 - 41 — SCHWARTZ W. H. et HOELSCHER H. E., A I CH E J 2 (1956) 101.
 - 42 — SHERWOOD T. K. et WOERTZ B. B., TRANS AM INST CHEM ENG 35 (1939) 517.
 - 43 — SLEICHER C. A., Jr TRANS ASME (Avril 1958) 693.
 - 44 — TAYLOR G. I., PROC LONDON MATH SOC SER 2 20 (1921) 196.
 - 45 — TAYLOR G. I., PROC ROY SOC LONDON SER A 135 (1932) 685.
 - 46 — TAYLOR G. I., PROC ROY SOC LONDON SER A 151 (1935) 421.
 - 47 — TAYLOR G. I., PROC ROY SOC LONDON SER A 164 (1938) 476.
 - 48 — TAYLOR G. I., PROC ROY SOC LONDON SER A 219 (1953) 186.
 - 49 — TAYLOR G. I., PROC ROY SOC LONDON SER A 223 (1954) 446.
 - 50 — TOWNSEND A. A., AUSTRALIAN J SCI RES SER A 2 (1949) 451.
 - 51 — TOWNSEND A. A., PROC ROY SOC LONDON SER A 224 (1954) 487.
 - 52 — TOWLE W. L. et SHERWOOD T. K., IND ENG CHEM 31 (1939) 457.
 - 53 — VENEZIAN E. et SAGE B. H., A I CH E J 7 (1961) 688.
 - 54 — VON KARMAN T., J AER SCI 1 (1934) 1.
 - 55 — VON KARMAN T., J ROY AER SCI 41 (1937) 1109.
 - 56 — VON KARMAN T. et HOWARTH L., PROC ROY SOC SER A 164 (1938) 192.
 - 57 — VON KARMAN T., J MARINE RES 7 (1948) 252.
 - 58 — VON KARMAN T. et LIN G. C., REV MOD PHYS 21 (1949) 516.
-

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS.

CHAPITRE PREMIER. — LE PROBLÈME DE LA DIFFUSION TURBULENTE.

Diffusion dans une zone de turbulence uniforme et isotrope.

Diffusion dans un tuyau. Turbulence établie.

CHAPITRE II. — L'APPAREIL.

1 Injection de matière au centre.

1.1 La colonne.

1.2 L'alimentation en eau.

1.3 Le dispositif d'injection.

1.3.1 Description.

1.3.2 Critique comparative de notre dispositif et de ceux employés précédemment.

1.4 Le dispositif de prélèvement.

2 Injection de matière à la paroi.

2.1 La colonne.

2.2 L'injection.

2.3 L'alimentation.

2.4 Le dispositif de prélèvement.

CHAPITRE III. — LE TRAVAIL EXPÉRIMENTAL ET SES CONCLUSIONS DIRECTES.

1 Injection sur l'axe du tube.

1.1 Rappel du but de ces expériences.

1.2 Mode opératoire.

1.2.1 Obtention de la solution de MnO_4K .

1.2.2 Réglage de l'injection : pression, position.

1.2.3 Mesure des paramètres de l'expérience.

1.2.4 Mesure des concentrations.

1.3 Dépouillement.

1.3.1 Existence d'un axe expérimental.

1.3.2 Calcul de D_{t0} .

1.3.3 Précision.

1.4 Résultats.

1.4.1 Différentes séries d'expériences.

1.4.2 Exemple de dépouillement d'une expérience.

1.4.3 Tableau de résultats.

- 2 **Injection à la paroi.**
 - 2.1 But des expériences.
 - 2.2 Mode opératoire.
 - 2.2.1 Obtention de la solution de MnO_4K .
 - 2.2.2 Choix des paramètres.
 - 2.2.3 Mesure des paramètres.
 - 2.2.4 Réglage de l'injection : vérification des tubes.
 - 2.3 Dépouillement.
 - 2.3.1 Calcul de D_{T0} .
 - 2.3.2 Précision.
 - 2.4 Résultats.
 - 2.4.1 Différentes expériences.
 - 2.4.2 Exemple de dépouillement d'une expérience.
 - 2.4.3 Résultat des différentes expériences.
 - 2.4.4 Hypothèse expliquant l'influence de q .
 - 2.4.5 Conclusion.
- 3 **Comparaison avec les résultats antérieurs.**
 - 3.1 Injection sur l'axe du tube.
 - 3.1.1 Résultats de Towle et Sherwood.
 - 3.1.2 Résultats de Baldwin et Walsh.
 - 3.1.3 Résultats de Mc Carter, Stutzman et Koch.
 - 3.1.4 Résultats de Flint, Kada et Hanratty.
 - 3.1.5 Résultats de Lee et Brodkey.
 - 3.1.6 Conclusion.
 - 3.2 Injection à la paroi.
 - 3.2.1 Expériences en régime non établi ou de turbulence non uniforme ou non isotrope.
 - 3.2.2 Diffusion de matière.
 - 3.2.3 Diffusion de chaleur.
 - 3.2.4 Conclusion.
- 4 **Conclusions expérimentales.**

CHAPITRE IV. — SUR L'ANALOGIE DE REYNOLDS.

- 1 **Comparaison des diffusivités de chaleur, de matière et de quantité de mouvement.**
 - 1.1 Travaux de J. Gosse sur la diffusion de quantité de mouvement.
 - 1.1.1 Variation radiale de v_t .
 - 1.1.2 Valeur sur l'axe.
 - 1.2 Relation entre v_{t0} , a_{t0} , D_{t0} .
 - 1.3 Comparaison entre les profils de D_t ou de a_t et celui de v_t .
- 2 **Essai d'explication théorique.**
 - 2.1 Théorie du flux complémentaire.
 - 2.1.1 Hypothèse de C. Bory.
 - 2.1.2 Conclusion de J. Gosse.
 - 2.1.3 Application au cas de l'écoulement dans les tuyaux. Mise en équation.
 - 2.2 Profils utilisés
 - 2.2.1 Profil de Johnk et Hanratty.
 - 2.2.2 Détermination du paramètre s .
 - 2.3 Calcul machine. Résultats.
 - 2.4 Comparaison avec les résultats expérimentaux.
 - 2.5 Conclusion.

CHAPITRE V. — CONCLUSION.

ANNEXE I.

ANNEXE II.

BIBLIOGRAPHIE.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

LE CALCUL ÉLECTRONIQUE HYBRIDE

Vu et approuvé :

Nancy, le 27 janvier 1965

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. AUBRY.

Vu et permis d'imprimer :

Nancy, le 28 janvier 1965

Le Recteur de l'Académie de Nancy :

P. IMBS.

IMPRIMERIE MALENGÉ - ANICHE

IMPRIMERIE MALENGÉ - ANICHE
